PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1919. Redaktionsschluß für No. 10 am 24. April 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:
H. Seemann, Vollständige Spektraldiagramme von Kristallen. S. 169.
H. Löwy, Zur Erforschung der Atmosphäre bei unsichtigem Wetter. S. 175.
O. Stern u. M. Volmer, Über die Abklingungszeit der Fluoreszenz. S. 183.
T. Heurlinger, Zur Theorie der Bandenspektren. S. 188.
P. Gruner, Zwei quantentheoretische Bemerkungen. S. 190.
Besprechungen:
F. Anderle, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. S. 191.
H. Usener, Der Kreisel als Richtungsweiser usw. S. 192.
Personalien. S. 192.
Gesuche. S. 192.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Vollständige Spektraldiagramme von Kristallen.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von H. Seemann.

Die vollständigen Spektraldiagramme, die bei Aufnahme des *Pt*-Spektrums einer mittelharten Röntgenröhre an einer Steinsalzspaltfläche (Kubusfläche) entstehen, zeigt Tafel VI, an Kandiszucker und Kaliumplatincyanür Tafel VII. Letztere beiden, sowie Nr. 1 auf Tafel VI, sind so aufgenommen worden, daß der einfallende ebene Strahlenfächer senkrecht zur Oberfläche und parallel einer Kante der Kristalle verlief; Nr. 2 auf Tafel VI derart, daß der Strahlenfächer senkrecht zur reflektierenden Oberfläche, aber schief gegen die natürlichen Kristallkanten (Hauptsymmetrieachse) lag.

Als Hauptspektrum gilt dasjenige, das an der zur Oberfläche parallel laufenden Strukturfläche reflektiert ist. Es ist auf den Tafeln das horizontale (parallel den Druckzeilen), das bei Steinsalz weitaus das hellste ist, da die Kubusfläche am dichtesten mit *Na*- und *Cl*-Atomen besetzt ist. Sein besonderes Kennzeichen ist, daß es bei Drehung des Kristalls in seiner reflektierenden Oberfläche unverändert stehen bleibt. Ferner ist es das einzige, das der Spektrographenformel

$$n \cdot \lambda = 2\,d \cdot \sin\alpha \qquad (1)$$

entspricht.

Die andern „Nebenspektren" lassen sich nicht nach dieser Formel derart ausmessen, daß bei der Bestimmung des Sinus der Abstand der Spektrallinie vom Nullpunkt des Spektrums eingesetzt wird, da sie nicht längs der Achse der Hyperbelschar liegen, von denen ihre Linien Bogenstücke darstellen[1]) (vgl. unten). Die Linien liegen daher schief zur Richtung ihrer Nebenspektren und ihr geometrischer Abstand ist umso größer als der Abstand nach Formel (1), je mehr die Nebenspektren gegen das Hauptspektrum geneigt sind. Beides gilt daher am meisten für die senkrecht nach oben und unten verlaufenden Nebenspektren der Rhombendodekaederflächen (011) des Steinsalzes, die unter 45° gegen die Oberfläche geneigt sind. Sie werden bei der Aufstellung des Kristalls, wie sie bei Nr. 1 von Tafel VI war, streifend über die Kubusoberfläche reflektiert und markieren so auf dem Photogramm die Spurlinie der reflektierenden Kristalloberfläche.

Die Aufnahmen sind nach der Schneidenmethode mit größeren Kristallplatten gemacht worden. Die mehr als 45° gegen die Oberfläche geneigten Strukturflächen reflektierten ihre Spektren demnach in das Innere der Kristalle hinein, wo sie praktisch total absorbiert wurden. Wäre die auf S. 55[1]) beschriebene Fenstermethode bei Fortfall der Blende *B* (Fig. 1) dort und bei schmaler Ausblendung des einfallenden Strahlenfächers parallel der Zeichenebene benutzt worden, so wären sämtliche Nebenspektren erschienen, die freilich bei Steinsalz nur das Spiegelbild der auf den Tafeln vorhandenen sein würden. Die beiden Hauptspektren beiderseits des Nullpunktes würden dann allerdings vom direkt einfallenden Licht vollständig überlagert werden.

Die reflektierenden Strukturflächen der Nebenspektren.

Die Lage der Strukturflächen des Steinsalzes, die auf Tafel VI je ein Spektrum von merklicher Helligkeit entworfen haben, ist aus Fig. 1 ersichtlich. Diese soll ein Profil der zur Zeichenebene senkrechten Gitterreihen, die parallel einer Hauptsymmetrieachse (Würfelkante) des Steinsalzes laufen, darstellen. Die Kreise bedeuten demnach nicht Atome, sondern Spurpunkte der Gitterreihen. Letztere bestehen aus abwechselnden *Na*- und *Cl*-Atomen. Sämtliche

1) H. Seemann, Ann. d. Phys. **53**, 467, 1917. (Fig. 1.)

1) W. Friedrich u. H. Seemann, diese Zeitschr. **20**, 55, 1919.

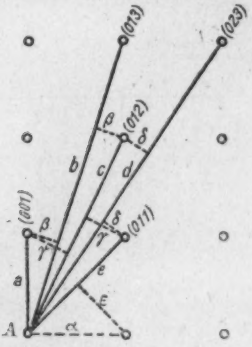


Fig. 1.

Fig. 2.

Strukturflächen, die der zur Zeichenebene senkrechten Zone angehören, sind daher halb aus *Na*- und halb aus *Cl*-Atomen zusammengesetzt.

Die Dichte der Besetzung der fraglichen Gitterebenen ist umgekehrt proportional dem linearen Abstand der nächstbenachbarten senkrecht zur Zeichenebene stehenden Gitterreihen in der Gitterebene, wie es in Fig. 1 durch Verbindungslinien a, b, c, d, e von der Gitterreihe A aus in Richtung der Flächen (001), (013), (012), (023) und (011) und ihrer symmetrisch gelegenen Flächen zum Ausdruck gebracht ist. Die Dichte der Besetzung der Gitterebenen verhält sich also einfach umgekehrt wie die Länge der Linien, die von einem herausgegriffenen Spurpunkt A aus nach den in den Gitterebenenrichtungen nächstbenachbarten Spurpunkten gezogen werden können.

Die Dichte der Besetzung des Kristalls mit Gitterebenen der genannten Strukturflächen ist umgekehrt proportional den Abständen der den gezeichneten Verbindungslinien nächstbenachbarten Spurpunkten. Diese Abstände sind die Gitterkonstanten mit Bezug auf die Interferenzreflexion. Sie sind gleichfalls ausgezeichnet und mit bzw. α, β, γ, δ, ε bezeichnet.

Da die räumliche Atomdichte von der Gruppierung unabhängig ist, so muß das Produkt aus Atomdichte innerhalb einer Gitterebene, d. i. die Besetzungsdichte, mal Gitterebenendichte im Volumen für alle Strukturflächen, d. h. für alle Gruppierungs- oder Zählungsrichtungen, konstant sein. Oder reziprok geometrisch ausgedrückt: Das Produkt aus dem Abstand zweier benachbarter Gitterreihen innerhalb einer Gitterebene und dem Abstand dieser Gitterebene von der nächstparallelen (Gitterkonstante) ist für alle Strukturflächen, d. h. für jede Gruppierung der Kristallatome in parallelen Ebenen konstant, und zwar für den Fall der Fig. 1 (einfach kubischer Kristall) gleich dem Quadrat des kleinsten zwischen zwei Gitterreihen im Kristall vorkommenden Abstandes. Es ist also

$$a \cdot \alpha = b \cdot \beta = c \cdot \gamma = d \cdot \delta = e\,\varepsilon = a^2. \quad (2)$$

Dies gilt rein geometrisch für alle regulären Raumgitter beliebiger Atomarten. In Fig. 2 ist z. B. ein Gitter gezeichnet, das mitten zwischen den Gitterreihen der Fig. 1 bei gleicher Gitterkonstante a wie dort noch weitere parallele Gitterreihen enthält, deren Spurpunkte durch Vollkreise gekennzeichnet sind. Sie mögen Zwischenreihen genannt werden. Solche sind z. B. bei Wolfram und Diamant vorhanden, bei denen sie gleich dicht mit Atomen besetzt sind wie die Hauptreihen. Die Abstände der Gitterreihen und Gitterebenen sind in gleicher Weise eingetragen wie in Fig 1. Die Kantenlänge a des Elementarwürfels ist ebenso groß gewählt wie in Fig. 1. Dann ist b halb so groß, c und d ebenso groß und e halb so groß. Außerdem tritt noch eine Gitterebene längs c_1 auf mit der Gitterkonstanten γ_1 sowie die nicht eingezeichnete Fläche (015) längs der Verbindung von A nach B. Diese Flächen (035) und (015) sind zwar beim einfach kubischen Gitter (Steinsalz) auch vorhanden, aber nur halb so dicht mit Atomreihen besetzt als im Falle der Fig. 2. Ihre Spektren würden also erst bei sehr langen Expositionszeiten erscheinen. Die Helligkeit dieser Spektren in Fig. 2 würde, falls das Gitter der Fig. 2 aus lauter gleichartigen Atomen bestände, wie es bei Diamanten und Wolfram der Fall ist, zwischen der der Spektren (012) und (023), c bzw. d, liegen. Diese Tatsache allein würde für einen gleichatomigen Kristall

genügen, um seinen Gitterbau entsprechend Fig. 2 zu kennzeichnen.

Aber auch die gemessenen Gitterkonstantenverhältnisse gemäß Formel (2) wären andere. Während für Fig. 1 gilt:

$$a:b:c:d:e = 1:\sqrt{10}:\sqrt{5}:\sqrt{13}:\sqrt{2} \quad (2a)$$

und

$$\alpha:\beta:\gamma:\delta:\varepsilon = \frac{1}{1}:\frac{1}{\sqrt{10}}:\frac{1}{\sqrt{5}}:\frac{1}{\sqrt{13}}:\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (2b)$$

ist nach Fig. 2:

$$a:b:c:c_1:d:e = 1:\tfrac{1}{2}\sqrt{10}:\sqrt{5}:\tfrac{1}{2}\sqrt{34}:\sqrt{13}:\tfrac{1}{2}\sqrt{2} \quad (3a)$$

$$\alpha:\beta:\gamma:\gamma_1:\delta:\varepsilon = \tfrac{1}{2}:\frac{1}{\sqrt{10}}:\frac{1}{2\sqrt{5}}:\frac{1}{\sqrt{34}}:\frac{1}{2\sqrt{13}}:\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3b)$$

$$a\cdot\alpha = b\cdot\beta = c\cdot\gamma = c_1\cdot\gamma_1 = d\cdot\delta = e\cdot\varepsilon = \frac{a^2}{2}. \quad (3)$$

Gitterebenen mit noch weiteren Atomreihenabständen kommen wegen ihrer geringen Reflexionsfähigkeit praktisch kaum in Frage. Schon bei den Tafelaufnahmen ist das (001)-Spektrum so viel stärker geschwärzt, als die schwächsten der übrigen, daß es beim Kopieren zum Positiv unter Benutzung einer Maske viermal länger exponiert werden mußte, um die erste Ordnung des Hauptspektrums noch einigermaßen erkennbar zu machen.

Wenn die Zwischenreihen aus unter sich gleichen Atomen anderer Art als die der Hauptreihen bestehen, so gelten obige Verhältnisse der Helligkeit und Gitterebenenabstände nur bedingt. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem die Dichte der Besetzung der Zwischenreihen mit Atomen dieselbe oder ein Vielfaches der Hauptreihen ist. Ersteres gilt z. B. für Zinkblende (ZnS), letzteres für Flußspat ($CaFl_2$), bei dem die Zwischenreihen doppelt soviel Fluoratome enthalten als die Hauptreihen Ca-Atome. In beiden Fällen würden die (035) und (015)-Spektren nur dann eine Helligkeit besitzen, die zwischen der der (012) und (023)-Spektren (Fläche c und d) läge, wenn die beugende Kraft der Zwischenreihen nur wenig verschieden von der der Hauptreihen wäre. Dies träfe für den ersteren Fall nur zu, wenn die beiden fraglichen Atomarten nahe gleich schwer wären, was bei Zn und S nicht der Fall ist, für den zweiten Fall, wenn je zwei oder mehr Atome der Zwischenreihen zusammengenommen annähernd so stark beugten wie je ein Atom der Hauptreihen.

Auch die spektral wirksamen der Gleichung (1) genügenden Gitterkonstanten entsprächen nur unter diesen eben genannten Bedingungen bei erhöhter Übereinstimmungsgenauigkeit den in der Fig. 2 und Gleichung (3b) angegebenen. Sind die genannten Bedingungen nicht genügend genau erfüllt, so kann zwischen benachbarten Netzebenen z. B. der Flächen (001), (012) und (023), deren Gitterebenen abwechselnd nur aus Zwischenreihen oder Hauptreihen bestehen, keine Interferenz gemäß Gleichung (1) zustande kommen, da die von beiden abgebeugten Wellen verschiedene Amplitude besitzen und sich daher in keiner Richtung auslöschen oder summieren können. Die genannten Strukturflächen interferieren vielmehr so, als ob zwei Gitterebenensysteme ineinander geschaltet wären, von denen eins nur aus Haupt-, das andere nur aus Zwischenreihen zusammengesetzt ist. Ihre Gitterkonstanten sind daher nicht die der Gleichung (3b) nach Fig. 2, sondern die der Gleichung (2b) nach Fig. 1, also doppelt so groß.

Die Richtung der Nebenspektren.

Das Zustandekommen der Nebenspektren bei der Stellung des einfallenden Strahlenfächers, wie sie bei der Aufnahme Nr. 1 auf Tafel VI und Nr. 3 und 4 auf Tafel VII gewählt war, nämlich senkrecht zur reflektierenden Oberfläche und parallel einer natürlichen Kristallisationskante dieser Spaltfläche (Hauptsymmetrieachse), ist aus Fig. 3 ersichtlich. Der kubische Kristall $ABCDEFG$ ist derart gegen Bestrahlung abgeblendet, daß nur das punktförmige Stückchen S von Strahlen getroffen werden kann, die innerhalb der Einfallsebene $OQMN$ verlaufen. Es soll zunächst verfolgt werden, wohin der einfallende Strahl OS von den durch die Ebenen $ABED$, $KHSM$ und $LISM$ ihrer Richtung nach angedeuteten Strukturflächen auf die Projektionsebene $QRDM$ reflektiert wird.

$OQMN$ sei rechteckig, $MS = NS$. Dann gelangt der an der Kubusfläche $ABED$ reflektierte Strahl nach Q. Die andern durch $KHSM$ und $LISM$ gekennzeichneten Strukturflächen, deren Gitterebenen auf der bestrahlten Oberfläche des Stückchens S treppenförmig zutage treten, reflektieren den Strahl OS nach den Punkten V bzw. U hin, die auf dem geraden Grundkreis eines Kegels liegen, dessen Achse SM und dessen Erzeugende SQ oder das verlängerte OS ist. Rein geometrisch betrachtet, handelt es sich um eine gewöhnliche Spiegelung, über die man sich Rechenschaft gibt, indem man die Einfallslote auf die verschiedenen Flächen nach S hin fällt. Die Einfallsebenen der Flächen $KHSM$ und $LISM$ sind durch diese

Lote und jeden nach S gelangenden Strahl gegeben. Sie schneiden den genannten Kegel in je einem Hauptschnitt. Die Ebene $OQMN$ ist Einfallsebene in doppeltem Sinne. Sie ist die optische Einfallsebene der Kubusfläche und gleichzeitig diejenige Ebene, innerhalb deren andere nach S hin einfallende Strahlen verlaufen. Diese andern Strahlen gehören in bezug auf die Spiegelebenen $KHSM$ und $LISM$ andern optischen Einfallsebenen an, als der Strahl OS.

Der ganze Strahlengang ist bekannt von den Laue-Friedrichschen Diagrammen. Der Unterschied ist nur der, daß dort nur ein einfallender Strahl OS betrachtet wird und zur Wirkung kommt, während hier ein ganzer Fächer solcher Strahlen innerhalb $OQMN$ behandelt werden soll. Außerdem ist dort der Kristall so dünn in Richtung SM, daß diejenigen reflektierten Strahlen, die im vorliegenden Falle in den großen Kristall hinein reflektiert und dort völlig absorbiert werden, in derselben Stärke austreten, wie die andern gleicher Wellenlänge.

Bei den vorliegenden Aufnahmen ist der einfallende Strahl OS nach Art der Braggschen Aufnahmen in Ebene $OQMN$ um S gedreht worden. Das entstehende Diagramm wird dann nicht durch Flecke gebildet, deren jeder ein kleiner Teil eines besonderen Spektrums ist, sondern alle diese Spektren sind ganz oder zum Teil erschienen. Geometrisch gesprochen, sind die Flecke auf P durch die Bewegung von OS radial nach M hin auseinandergezogen worden. Diese Bewegung findet so statt, daß die reflektierten Strahlen SQ, SV, SO in den Ebenen SQM, SVM, SUM bleiben, die Punkte Q, V, U demnach auf den Radien MQ, MV, MU des Kegelgrundkreises, wobei ihre Abstände von M immer einander gleich bleiben. Q, V, U liegen für alle Richtungen des einfallenden Strahles auf konzentrischen Kreisen. Die reflektierten Strahlen selbst liegen für jede Einfallsrichtung mit SO auf demselben Doppelkegel, der durch den Hauptschnitt $DEAB$ halbiert wird. Alle diese Kegel haben die gemeinsame Spitze S und die gemeinsame Achse MN. Die reflektierenden Ebenen sind Hauptschnitte dieser Kegel, auf denen die Einfallsebenen der Strahlen senkrecht stehen. Zwei Schnittlinien dieser Einfallsebenen mit dem Doppelkegelmantel sind der einfallende und reflektierte Strahl. Der einfallende ist allen Einfallsebenen gemeinsam.

Die Lage der Punkte Q, V, U zu den reflektierenden Ebenen ist eine sehr einfache. Es sind nämlich

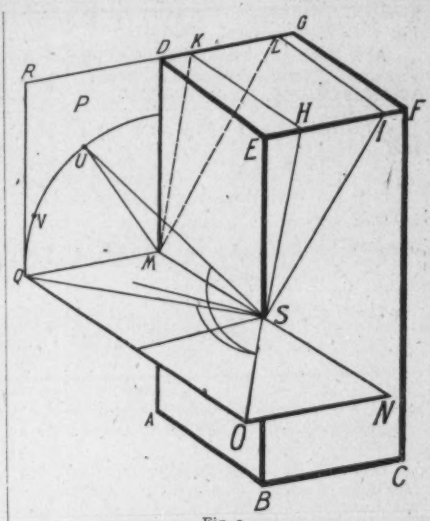


Fig. 3.

$$\begin{aligned} \sphericalangle QMV &= 2 \sphericalangle ESH = 2\,\varepsilon_1 \\ \sphericalangle QMU &= 2 \sphericalangle ESI = 2\,\varepsilon_2 \end{aligned} \qquad (4)$$

wie mittels der in S auf die Ebenen $KHSM$ und $LISM$ gefällten Lote leicht bewiesen werden kann.

Ein besonderer Fall tritt ein, wenn der Flächenneigungswinkel $\varepsilon = 45^0$ ist. Der reflektierte Strahl bewegt sich dann streifend über die Kristalloberfläche und entwirft ein Spektrum in der Richtung MD.

Es soll jetzt noch der allgemeinere Fall kurz beschrieben werden, wenn die Einfallsebene $OQMN$ nicht parallel der durch die Richtung SM definierten Hauptsymmetrieachse liegt. Fig. 4 und Nr. 2 der Tafel VI zeigt eine solche schiefe Stellung, in der der Kristall hinten hochgekippt ist. Die gemeinsame Schnittlinie der zu betrachtenden reflektierenden Gitterebenen trifft die Projektionsfläche P jetzt in M'. Das Hauptspektrum liegt noch unverändert längs QM und hat wie oben seinen Nullpunkt bei M. Die Nebenspektren, von denen in Fig. 4 nur eins, UX, gezeichnet ist, sind parallel nach links verschoben worden. Der Nullpunkt des Spektrums XU liegt bei X. Er wird von dem streifend über die Gitterebene L_1LISX nach X gelangenden Strahl O_0S entworfen. Der Strahl NS wird an der genannten Ebene nach Z reflektiert. Da das vom Kristall ausgeblendete Stückchen S bei der Aufnahme Nr. 2 von Tafel VI wie auch bei den drei andern mitten in der reflektierenden Oberfläche gelegen hat, hätten

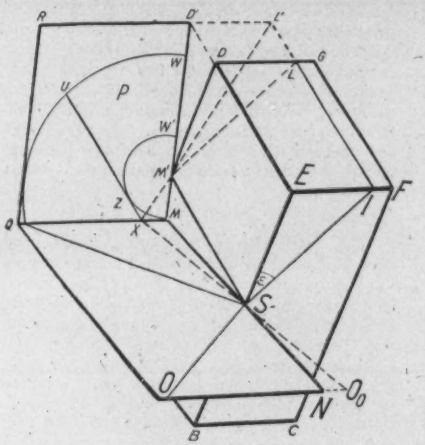


Fig. 4.

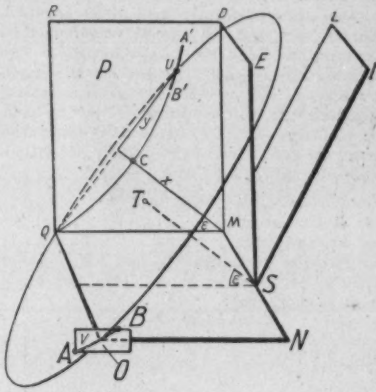


Fig. 5.

die einfallenden Strahlen der Richtungen OS bis O_0X nicht mehr in genügender Stärke durchdringen können, um das Spektralgebiet zwischen X und Z noch zu entwerfen. Tatsächlich reichten aber sämtliche Nebenspektren nicht weiter ins kurzwellige Gebiet hinein als bis zu diesen Z-Punkten. Diese Punkte sind die Berührungspunkte der Spektren bzw. der Mittellinien der praktisch endlich breiten Spektren mit der Ellipse $W'ZM$, die den Schnitt des Kreiskegels $SW'ZM$ mit der Projektionsebene P bildet. Der Kegel ist durch die Rotation von SM um SM' als Achse entstanden zu denken. Sämtliche Strahlen, die durch Reflexion des Strahls NS an den sich in $M'S$ schneidenden Gitterebenen entstanden sind, liegen auf dem Mantel dieses Kegels. Alle Spektren der gekennzeichneten Gitterebenen bzw. Strukturflächen umhüllen die Schnittellipse $W'ZM$. Auf der Tafel VI Nr. 2 ist zu erkennen, daß die Nebenspektren, die nicht so stark exponiert waren, als die der andern Aufnahmen, eine halbkreisförmige Fläche umhüllen. Auch die Zucker- und Kaliumlithiumplatincyanürkristalle haben nicht genau in der Lage der Fig. 3 gestanden. Ihre Spektren treffen gleichfalls nicht genau in einem Punkte zusammen.

Der axiale Abstand der Linien in den Nebenspektren vom Nullpunkt.

Die Berechnung der axialen Abstände der Linien der Nebenspektren von ihrem Nullpunkt, die spektroskopische Auswertung der Nebenspektren, ist für die spezielle Anordnung der Fig. 3 und der Nr. 1 von Tafel VI sowie Nr. 3 und 4 der Tafel VII aus Fig. 5 ersichtlich. Der Übersichtlichkeit halber ist hier nicht der ganze Kristallumriß, sondern nur die Oberfläche $DESM$ und die um den Winkel ε gegen diese geneigte Gitterebene $LISM$ gezeichnet. Aus demselben Grunde sind die ein- und ausfallenden Strahlenpaare OS und SU, AS und SA', BS und SB' nicht eingetragen. Der Strahl OS von der strahlenden Fläche V, die der Einfachheit halber parallel P liegen möge, wird von der Fläche $LISM$ von S nach U reflektiert. OS und SU sind Seitenlinien desjenigen Kreiskegels, dessen Achse TS auf $LISM$ senkrecht steht und demnach gegen $QRSM$ die Neigung ε hat[1]). Sie begrenzen einen Hauptschnitt des Kegels. Hat der Kegel den halben Öffnungswinkel φ_2, so ist der Neigungswinkel α, d. i. der Reflexionswinkel derjenigen Wellenlänge des Strahles OS, die unter dem Winkel α reflektiert wird, gegen die Ebene $LISM$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}.$$

Alle längs des Kegelmantels nach S einfallenden Strahlen der gleichen Wellenlänge werden in derselben Weise reflektiert. Die von der Schnittkurve AB (Hyperbelbogen) des Kegels mit der strahlenden Fläche V nach S einfallenden Strahlen entwerfen demnach auf P einen Hyperbelbogen $A'B'$, der die Spektrallinie der

1) Vgl. l. c.

reflektierten Wellenlänge darstellt. Im speziellen Falle der Fig. 5 ist $A'B'$ und AB spiegelbildlich gleich.

Das Nebenspektrum, dem $A'B'$ angehört, erstreckt sich, wie Fig. 3 zeigt, von M nach U. Der Abstand MU ist jedoch nicht der der Spektrographenformel (1) entsprechende, sondern der Abstand CM des Scheitels C der Schnitthyperbel vom Mittelpunkt der Hyperbel, d. i. die Halbachse a. Die Achse MC dieser Hyperbel ist die Orthogonalprojektion der Kegelachse ST auf P. Es ist

$$\sphericalangle QMC = \sphericalangle UMC = \varepsilon.$$

Der Reflexionswinkel α berechnet sich daher aus dem gemessenen y und x des Punktes U der Hyperbel und dem Abstand $SM = b$ der Hyperbel in folgender Weise. Aus der Figur ist zu ersehen, daß

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{SM}{CM} = \frac{b}{a},$$

also

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}}.$$

Die Gleichung der Hyperbel lautet

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{b^2+y^2}{x^2},$$

also ist

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{b^2+y^2}{x^2}}}. \qquad (5)$$

Die Spektrographenformel der Nebenspektren für die Anordnung der Fig. 5, unabhängig von der Form und Neigung der Strahlenquelle V lautet daher

$$n\cdot\lambda = \frac{2d}{\sqrt{1+\frac{b^2+y^2}{x^2}}}. \qquad (6)$$

Im Hauptspektrum ist $y = 0$. Das Gitterkonstantenverhältnis der zu zwei verschiedenen Nebenspektren gehörigen Strukturflächen ist daher

$$d : d_1 = \sqrt{1+\frac{b^2+y^2}{x^2}} : \sqrt{1+\frac{b^2+y_1^2}{x_1^2}}, \qquad (7)$$

wo x, y und x_1 und y_1 die Koordinaten zweier spektral identischen Linien gleicher Ordnung in den beiden Spektren sind, bezogen auf die Halbierungslinien als X-Achsen der Winkel zwischen den Nebenspektren einerseits und dem Hauptspektrum andererseits.

Für die schiefe Anordnung der Fig. 4 (Nr. 2 der Tafel VI) und schiefe Lage der Projektionsebene ist die Berechnung wesentlich komplizierter. Sie wird in der angekündigten ausführlichen Arbeit gebracht werden.

Alle beschriebenen geometrischen Verhältnisse gelten für alle spektroskopischen Methoden mit Ausnahme der von Debye und Scherrer[1]). Maßgebend für die Größe und Form der Spektraldiagramme ist nur der Abstand des Spaltes von der Projektionsebene und deren Neigung gegen die reflektierenden Strukturflächen. Eine Parallelverschiebung der letzteren in beliebiger Richtung ändert an den Spektren geometrisch nichts (vgl. l. c.).

Übersicht.

Die beschriebenen Spektraldiagramme sind eine Kombination der Laue-Friedrichschen Punktdiagramme mit den Braggschen Einzelspektren an (mindestens drei) verschiedenen Strukturflächen. Sie liefern mit je einer Aufnahme von höchstens zwei verschiedenen Zonen, z. B. Reflexion an der Kubus- und Oktaederfläche nach Fig. 3, ein eindeutiges Bild der Kristallstruktur in größter Vollständigkeit, indem sie ermöglichen, die Neigung der dichtest besetzten Flächen gegen die Projektionsfläche unmittelbar abzulesen, die Verhältnisse der optisch wirksamen Gitterkonstante dieser Flächen durch einfache Ausmessung und Rechnung zu finden und außerdem noch durch zuverlässige Messung der relativen Helligkeit der einzelnen Spektren die relative Dichte der Besetzung als neues Kriterium heranzuziehen.

Daß die Erforschung der Struktur komplizierter Kristalle selbst mit dem beschriebenen Verfahren nicht leicht ist, zeigt Tafel VII. Dort sind hier und da auch Linien zu erkennen, deren Neigung beweist, daß sie Spektren von Strukturflächen angehören, die nicht zu der Zone der andern gehören, z. B. bei der Zuckeraufnahme oben rechts. Die Nullpunkte dieser schiefen Spektren stoßen nicht im Schnittpunkt der andern zusammen.

Für die gewöhnliche Spektroskopie ergeben sich aus den Aufnahmen folgende wichtige Vorsichtsmaßregeln:

Macht man die strahlende Fläche V zu breit in der Richtung senkrecht zur Einfallsebene $OQMN$, so werden, wie aus dem Vorherigen ersichtlich, die Spektren zu breit, d. h. die Linien zu lang, so daß sich die Spektren in der Nähe des Nullpunktes überlagern. Dies ist für spektroskopische Zwecke, wenigstens wenn es sich um Erforschung des kurzwelligen Gebietes handelt, natürlich unbedingt zu vermeiden. Bei den Aufnahmen der Tafeln war V nur etwa 2 mm hoch, wobei allerdings der Abstand OS kürzer war als die Länge der reflektierten Strahlen bis P. Trotzdem berühren sich die

1) Diese Zeitschr. 17, 277, 1916.

Nebenspektren schon nahezu. Bei der Kaliumplatincyanüraufnahme überdecken sie sich bereits derart, daß eine sichere Analyse nicht möglich ist.

Würzburg, Physikalisches Institut. Dezember 1918.

(Eingegangen 3. Januar 1919.)

Zur Erforschung der Atmosphäre bei unsichtigem Wetter.

Von Heinrich Löwy.

Die Kenntnis des Windes in der freien Atmosphäre hat, abgesehen von ihrem unmittelbaren Interesse für den Flieger und Artilleristen, große Wichtigkeit für die Wetterprognose. Leider versagt die übliche Methode des Pilotballons bei stark bewölktem oder nebligem Wetter, was zur Folge hat, daß der Übergang zu heiterem Wetter sich leicht der Vorhersage entzieht.

Es liegt nahe, die Lösung der Aufgabe auf akustischem Wege zu versuchen. Der Pilotballon wird mit einer Vorrichtung ausgerüstet, die in bestimmten Zeitintervallen, etwa jede Minute, automatisch ein Schallsignal auslöst. Ein Beobachter auf dem Erdboden notiert die Verspätungen T_1, T_2, T_3, . . ., mit denen die nach der 1., 2., 3., . . . Minute ausgelösten Signale eintreffen. Die vom Ballon zurückgelegte Bahn wird durch das folgende Approximationsverfahren bestimmt:

Sei A_0 (Fig. 1) die Stelle am Erdboden, wo der Ballon aufgelassen wird, B_0 der Standort des Beobachters. Eine Minute nach dem Auflassen wird das erste Signal ausgelöst und mit

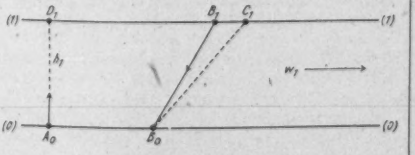


Fig. 1.

der Verspätung T_1 sec in B_0 wahrgenommen. In dieser Zeit hat der Schall im mitbewegten System eine Strecke von der Länge $vT_1 = B_0C_1$ zurückgelegt, wenn v die Schallgeschwindigkeit bedeutet. Um das Wesentliche der Methode besser hervortreten zu lassen, betrachten wir zunächst den Fall, daß die Richtung des Windes bekannt und nur seine Stärke sich mit der Höhe ändert. Die Linie (1, 1) markiert die als bekannt vorausgesetzte Höhe h_1, die der Ballon in der ersten Minute erreicht. C_1 ist die Stelle, wo er sich beim Eintreffen des Signals in B_0 befinden würde, falls er sich nach Abgabe des Signals mit der der Luftschicht zwischen (0, 0) und (1, 1) entsprechenden Geschwindigkeit w_1 nur horizontal weiter bewegen würde, d. h.

$$D_1C_1 = w_1(60 + T_1).$$

Wir kennen also die Geschwindigkeit w_1 der ersten Luftschicht und auch die Lage B_1 des Ballons in der ersten Minute, wenn wir

$$B_1C_1 = w_1T_1$$

setzen. B_1B_0 ist der vom Schall im ruhenden System zurückgelegte Weg.

Sei T_2 die Verspätung, mit der das in der 2. Minute abgegebene Signal in B_0 (Fig. 2) eintrifft. Man zerlege nun versuchsweise T_2 in

$$T_2 = t_1 + t_2,$$

wo t_1 die Zeit ist, welche das Signal zum Durchlaufen der unteren Schicht braucht, t_2 die entsprechende Zeit für die obere Luftschicht. Dann ist $vt_1 = B_0C_1$ die Länge des Weges, welche der Schall durch die untere Schicht zurücklegt, B_1 die Stelle, wo das von oben kommende Signal die Trennungsebene (1, 1) passiert, wenn $B_1C_1 = w_1t_1$ gesetzt wird. Die Punkte B_1 und C_1 spielen bei der Konstruktion dieselbe Rolle wie die gleichnamigen Punkte in Fig. 1, dürfen aber nicht mit diesen verwechselt werden. Nun trage man von B_1 die Strecke $vt_2 = B_1C_2$ auf. (2, 2) bedeutet die in der 2. Minute erreichte Höhenlage. A_1 ist der als bekannt anzusehende Ort des Ballons in der

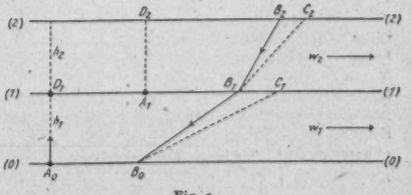


Fig. 2.

ersten Minute, nämlich $D_1A_1 = 60\,w_1$. Aus

$$D_2C_2 = w_2(60 + t_2)$$

bestimmt sich w_2, und aus $w_2t_2 = B_2C_2$ der Ort B_2 des Ballons in der zweiten Minute. Der Streckenzug $B_2B_1B_0$ ist der Schallweg im ruhenden System. Durch Ausprobieren ist nun jene Zerlegung $T_2 = t_1 + t_2$ zu finden, welche einen mit den Strömungskonstanten der beiden Schichten verträglichen Wert des Brechungsverhält-

nisses ergibt. Das hier in Betracht kommende Brechungsgesetz ist, wie Prof. Philipp Frank (Prag) mir mitteilt, von R. Emden in einer Abhandlung „Über abnorme Hörbarkeit" (Münchn. Sitz.-Ber. 1916, S. 113 ff.) abgeleitet worden und lautet:

$$\sin\beta = \sin\alpha + \frac{w}{v},$$

falls die Relativgeschwindigkeit w der Winde in zwei benachbarten Schichten klein ist gegen die Schallgeschwindigkeit v.

Im allgemeinen Fall, wo zwei Unbekannte, nämlich Größe und Richtung der Windgeschwindigkeit, zu bestimmen sind, müssen für jede Schicht zwei Verspätungszeiten gemessen werden. Die beiden Beobachter seien etwa in den Punkten B_0 und B_0' (Fig. 3) postiert, A_0 sei wieder die Stelle, wo der Ballon hochgelassen wird. Die mit Pfeil versehene Gerade deutet die Rich-

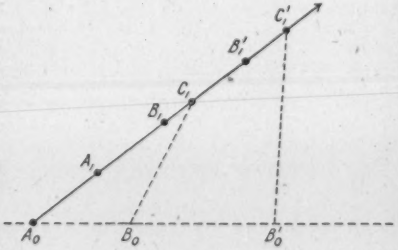


Fig. 3.

tung der Windgeschwindigkeit in der untersten Schicht an. Sei T_1 bzw. T_1' die Verspätung, mit der das in der ersten Minute abgegebene Schallsignal in B_0 bzw. B_0' wahrgenommen wird. Der Schall hat im mitbewegten System eine Strecke vT_1 bzw. vT_1' zurückgelegt, deren Projektion auf die Erdoberfläche gleich

$$\left.\begin{aligned} B_0C_1 &= \sqrt{(vT_1)^2 - h_1^2} \\ \text{bzw.} \quad B_0'C_1' &= \sqrt{(vT_1')^2 - h_1^2} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

ist, wenn h_1 die in der ersten Minute erreichte Höhe ist. C_1 bzw. C_1' sind die Projektionen der Orte, wo sich der Ballon beim Eintreffen des Signals in B_0 bzw. B_0' befände, falls auch oben dieselbe Geschwindigkeit herrschen würde, d. h. es ist

$$\left.\begin{aligned} A_0C_1 &= w_1(60 + T_1), \\ A_0C_1' &= w_1(60 + T_1'), \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

wenn w_1 die Windgeschwindigkeit der ersten Schicht ist. Unser Problem reduziert sich auf folgende geometrische Aufgabe: Gegeben sind zwei Kreise in einer Ebene, nämlich der Kreis um B_0 vom Radius

$$B_0C_1 = \sqrt{(vT_1)^2 - h_1^2},$$

und der Kreis um B_0' vom Radius

$$B_0'C_1' = \sqrt{(vT_1')^2 - h_1^2}.$$

Durch einen gegebenen Punkt A_0 ist jener Strahl zu ziehen, der die beiden Kreise im Verhältnis

$$A_0C_1 : A_0C_1' = (60 + T_1) : (60 + T_1') \quad (3)$$

schneidet. In der Praxis wird man die Aufgabe empirisch mit Lineal und Rechenschieber lösen. Analytisch sind fünf Gleichungen gegeben, nämlich der Schnitt des Strahles durch A_0 mit den zwei Kreisen und die Relation (3) zur Bestimmung von fünf Unbekannten, nämlich der Lage der beiden Punkte C_1 und C_1' und des Richtungswinkels des durch A_0 gezogenen Strahles.

Beim Übergang zur zweiten Höhenschicht zerlegt man wieder versuchsweise die Verspätungszeiten $T_2 = t_1 + t_2$ bzw. $T_2' = t_1' + t_2'$ in einen für die untere und einen für die obere Schicht geltenden Wert. Da die Windgeschwindigkeit in der ersten Schicht bereits bekannt ist, sind mit t_1 bzw. t_1' auch die Punkte B_1 bzw. B_1' gegeben, wo die beiden von oben kommenden Schallstrahlen die Trennungsebene (in der Höhe h_1) passieren[1]), desgleichen der Punkt A_1, wo sich der Ballon in der ersten Minute befand. Nun wird die Konstruktion der Fig. 3 für die zweite Schicht mit den Werten t_2 und t_2' wiederholt: an Stelle der Ausgangspunkte A_0, B_0, B_0' treten nun die Punkte A_1, B_1, B_1', die zuvor in einen einzigen Punkt, nämlich den Ort des Ballons in der ersten Minute, zusammenfielen. Physikalisch bedeutet das nichts weiter, als daß in der Höhe h_1 jetzt nicht eine, sondern zwei Schallerregungsstellen liegen, die natürlich nicht mit dem Ort, wo der Ballon die Trennungsebene passiert hat, verwechselt werden dürfen.

Anstatt 1 Schallsignal von 2 Beobachtern aufnehmen zu lassen, kann man natürlich auch pro Luftschicht 2 aufeinanderfolgende Signale (in nahe benachbarten Höhenlagen) abgeben und von 1 Beobachter aufnehmen lassen. An Stelle von Fig. 3 tritt Fig. 4. C_1B_0 und $C_1'B_0$ stellen die Horizontalprojektion der beiden Schallwege im mitbewegten System dar. Die geometrische Aufgabe ist dieselbe geblieben. Wir

1) Nämlich es ist $B_1C_1 = w_1t_1$ und $B_1'C_1' = w_1t_1$.

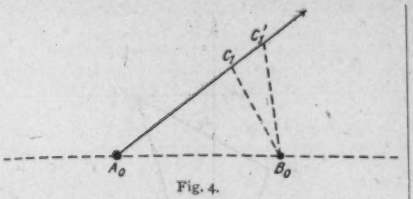


Fig. 4.

haben jetzt den Spezialfall, daß die beiden gegebenen Kreise konzentrisch sind.

Fig. 5 stellt ein Pilotdiagramm für drei Schichten dar. $A_0A_1A_2A_3$ ist die Bahn des Ballons während der ersten drei Minuten; der Wind dreht, wie man sieht, von SW. über S.

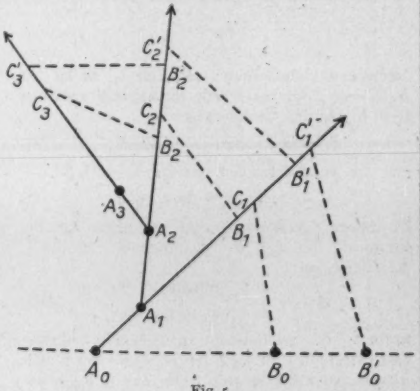


Fig. 5.

nach SE. Wäre nur ein Beobachter vorhanden, so tritt an Stelle der Geraden $B_0'C_1'$ die Gerade B_0C_1'.

Bei der praktischen Auswertung der Meßergebnisse wird man sich mit Vorteil eines Holzmodells der Fig. 2 bedienen, das die Höhen h_1 und h_2 zweier unmittelbar angrenzenden Luftschichten markiert und das das zu einer bestimmten Zerlegung $T_2 = t_1 + t_2$ gehörige Brechungsverhältnis unmittelbar abzulesen gestattet. An irgendeinem Punkte der Leiste (0,0) wird nämlich ein Faden von der Länge $vT_2 = vt_1 + vt_2$ fix befestigt, dessen oberes Ende längs der Leiste (2,2) frei verschiebbar ist, während ein längs (1,1) verschiebbarer Stift dafür sorgt, daß der Faden in jeder Lage gespannt ist. Der Übergang vom mitbewegten zum ruhenden Strahlenzug wird folgendermaßen bewerkstelligt: Längs der Leiste (1,1) ist ein Maßstab verschiebbar, dessen Einheit die Windgeschwindigkeit w_1 der unteren Luftschicht ist. Wir nennen ihn den „w_1-Maßstab". Man muß 12 solche Maßstäbe, entsprechend den 12 Intensitätsstufen der Beaufortskala, für die Leiste (1,1) und ebensoviele „w_2-Maßstäbe" für die Leiste (2,2) zur Verfügung haben. Ferner ist um den fixen Punkt der (0,0)-Leiste als Drehpunkt ein in Einheiten der Schallgeschwindigkeit v eingeteilter Maßstab befestigt. Ein zweiter „v-Maßstab" ist an dem verschiebbaren Stifte der Leiste (1,1) ebenfalls drehbar angebracht. Für irgendeine beliebige Zerlegung $T_2 = t_1 + t_2$ messe ich mit dem unteren „v-Maßstab" die Länge des mitbewegten Strahles in der unteren Schicht. Diese ist gleich t_1. Durch Verschieben des „w_1-Maßstabes längs (1,1) rücke ich den Punkt t_1 dieses Maßstabes an die Stelle, wo der mitbewegte Strahl die Linie (1,1) schneidet. Der Nullpunkt dieses Maßstabes zeigt dann die entsprechende Stelle für den ruhenden Strahl an. Mit t_1 ist aber auch t_2 und w_2 bestimmt; ich kann nun dieselbe Prozedur zwischen (1,1) und (2,2) wiederholen und mit Hilfe eines längs (1,1) verschiebbaren Transporteurs, an dem der Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels direkt abgelesen werden kann, entscheiden, ob der versuchsweise ermittelte Wert von w_2 richtig ist oder nicht. Auch der ruhende Strahl wird durch einen Faden markiert, der an demselben fixen Punkt der Leiste (0,0) wie der erste Faden befestigt ist und durch zwei kleine Ösen in den Nullpunkten des w_1- und w_2-Maßstabes geschlungen ist. Durch Spannen des Fadens in der oben dargelegten Lage der beiden Maßstäbe erhält man den Strahlenzug im ruhenden System.

Bei einer größeren Zahl von Schichten wird das Ausprobieren eine sehr zeitraubende Prozedur. Eine wesentliche Vereinfachung läßt sich jedoch erzielen, wenn außer den zwei Verspätungszeiten noch die zwei Himmelsrichtungen bestimmt werden, aus denen die beiden Schallstrahlen im Beobachtungsorte eintreffen. Dann ist nämlich durch die Beobachtung unmittelbar der ruhende Strahl in der unteren Schichte gegeben und man kann durch Übergang zum mitbewegten Strahl die zur unteren Schichte gehörige Zeit t_1 — ohne jegliches Ausprobieren — bestimmen. Der Übergang erfolgt in der Weise, daß man den w_1-Maßstab mit seinem Nullpunkt an den Schnittpunkt des ruhenden Strahles mit der Geraden (1,1) heranschiebt und durch Drehen des unteren v-Maßstabes die Stelle an der Leiste (1,1) aufsucht, wo zwei gleichbezifferte Punkte der beiden Maßstäbe zusammenfallen. Die so ermittelte Zahl ist t_1; damit ist aber auch t_2 und w_2 bestimmt. — In der Praxis, wenn es nicht auf große Genauigkeit ankommt und speziell bei nicht außergewöhn-

lich starken Stürmen, darf man die Schallverwehung vernachlässigen. In diesem Fall wird die Konstruktion äußerst einfach.

Um Pilotballons von normaler Größe verwenden zu können, wird man für jede Höhenschicht einen besonderen Ballon aufsteigen lassen. Als Schallquelle kommen in erster Linie Explosivstoffe in Betracht. Eventuell könnte auch der Gasinhalt des Ballons verwertet werden.

Leise Winde werden zumal für geringe Höhen sich der Bestimmung durch die vorliegende Methode entziehen. Aber schon ein schwacher Wind von 6 m/sec würde sich — bei einer Steiggeschwindigkeit des Ballons von ca. 3 m/sec — nach der ersten Minute durch eine Verspätung von 0,6 sec, nach der zweiten Minute durch eine Verspätung von 1,2 sec verraten. Die Zeitdifferenzen werden natürlich mit wachsender Windgeschwindigkeit und Höhe (zunehmender Zeit) immer markanter. Bei sog. mäßigem Wind von 8 m/sec betragen sie in der zweiten bzw. dritten Minute 1,8 bzw. 2,7 sec. Für starken Wind von 12 m/sec nach 10 Minuten (d. h. einer Höhe von ca. 2000 m) schon 15 sec.

Auf eine andere Methode, die der eben dargelegten in mancher Hinsicht überlegen sein dürfte, bin ich durch eine Anregung des Meteorologen Dr. Leo Wenzel Pollak geführt worden. Als ich ihm nämlich die obige akustische Methode erzählte, teilte er mir mit, daß er schon seit längerem eine optische Lösung des Problems beabsichtige. Die Pollaksche Methode besteht in folgendem: Der Ballon wird — wie bei einer Nachtpilotierung — mit einem Leuchtkörper versehen, der nach einer bestimmten Zeit durch eine automatische Auslösung fallen gelassen wird. Der Ort des Leuchtkörpers wird, wenn er unter der Wolkendecke wieder zum Vorschein kommt, durch Anvisieren bestimmt. Diese Methode ist ausgezeichnet durch die große theoretische Einfachheit. Ich selbst wurde dadurch auf eine andere, ebenfalls optische Methode geführt.

Bekanntlich sind die Verwehungen, welche die Geschosse auf ihrer Bahn erleiden, so stark, daß die so entstehenden Fehler durch besondere Korrekturen eliminiert werden müssen. Es muß natürlich möglich sein, umgekehrt diese Fehler zur Messung der Windgeschwindigkeit zu verwerten.

Sei etwa O_1S_1 (Fig. 6) die Schußebene, w_1 die Windstärke, α_1 der Winkel zwischen der Windrichtung und Schußebene, und β_1 der Winkel zwischen der Schußebene und „Reduktionsebene“[1]), bezeichnet ferner $x_{r_1} = O_1R_1$ die

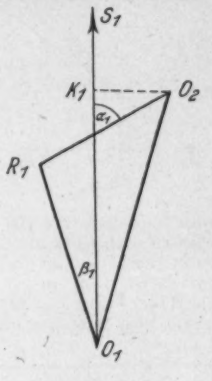


Fig. 6.

„reduzierte Schußweite“ zur Zeit t_1, so ist, da $R_1O_2 = w_1t_1$ gesetzt wurde, die Seitenabweichung $z_1 = K_1O_2$ des Geschosses

$$z_1 = w_1t_1 \sin\alpha_1 - x_{r_1} \sin\beta_1, \qquad (I)$$

und die veränderte Schußweite $x_1 = O_1K_1$

$$x_1 = x_{r_1} \cos\beta_1 + w_1t_1 \cos\alpha_1. \qquad (II)$$

Zu diesen Gleichungen tritt als dritte zur Bestimmung der drei Unbekannten w_1, α_1 und β_1 die Gleichung[1])

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{w_1 \sin\alpha_1}{v_1 \cos\varphi_1 - w_1 \cos\alpha_1}, \qquad (III)$$

worin v_1 die als bekannt anzusehende Anfangsgeschwindigkeit und φ_1 den ebenfalls bekannten Abgangswinkel bedeutet. Die Zeit t_1 kann beliebig gewählt werden, der zugehörige Wert x_{r_1} ist der Schußtafel zu entnehmen. Die Größen x_1 und z_1 werden durch Messung, nämlich durch Bestimmung des Auffall- oder des Geschoßsprengpunktes, ermittelt. Hierdurch ist das Problem theoretisch vollkommen bestimmt.

Nun ist aber, wie die Erfahrung zeigt, die Längenstreuung eines Geschosses relativ groß gegen die Breitenstreuung und auch relativ groß gegen die zu erwartende Veränderung der Schußweite durch den Wind. Für den 15-cm-Belagerungsmörser M 80 z. B. beträgt die 50-Proz.-Längenstreuung 50 m, die 50-Proz.-Breitenstreuung 5,2 m; für die 9-cm-Feldkanone M 75 „in der hohen Lafette“ die Längenstreuung 108 m, die Breitenstreuung 3,4 m[2]), während die zu erwartende Seitenabweichung

1) Vgl. C. Cranz, Lehrbuch der Ballistik. I. 2. Aufl. 1917, S. 307.

1) Vgl. l. c. S. 307.

2) Schieß- und Wirkungsdaten sämtlicher eingeführten Feuerwaffen. 3. Aufl., Wien, Seidel & Sohn. 1912.

und Veränderung der Schußweite zwischen 100 und 1000 m liegen. Die Gleichung (II) kann also zur Bestimmung der Windgeschwindigkeit nicht benutzt werden. Man muß daher statt eines einzigen zwei Punkte derselben Flugbahn bestimmen. Bezeichnen wir mit z_1, t_1, x_{r_1} bzw. mit z_1', t_1', x_{r_1}' die zu den beiden Punkten gehörigen Werte, so lautet unser Bestimmungssystem:

$$z_1 = w_1 t_1 \sin\alpha_1 - x_{r_1} \sin\beta_1, \qquad (I')$$

$$z_1' = w_1 t_1' \sin\alpha_1 - x_{r_1}' \sin\beta_1, \qquad (II')$$

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{w_1 \sin\alpha_1}{v_1 \cos\varphi_1 - w_1 \cos\alpha_1}. \qquad (III')$$

Praktisch besteht die Methode darin, daß pro Luftschicht zwei verschieden tempierte Schrapnellschüsse bei gleichem Abgangswinkel abgegeben und die Lagen der Explosionswölkchen durch Anvisieren bestimmt werden. Bei einer Schußweite von ca. 5 km würde eine Ablesegenauigkeit von zehntel Graden wie beim gewöhnlichen Pilotierungstheodoliten vollkommen ausreichen. Die Explosion findet — bei bewölktem Wetter — auf dem absteigenden Ast der Flugbahn unterhalb der Wolkendecke statt.

Die Ermittlung der Windgeschwindigkeit in der nächst höheren Luftschicht, wenn die Geschwindigkeit in der darunter befindlichen Schicht bereits bestimmt ist, will ich zunächst für den Fall von wolkenlosem Wetter auseinandersetzen. Die Explosion findet in der oberen Schicht (Fig. 7) statt. O_2 und O_2' (Fig. 8)

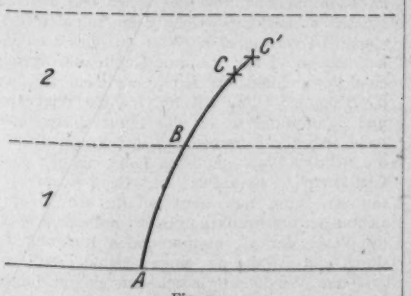


Fig. 7.

sind die Horizontalprojektionen der durch Anvisieren bestimmten Lage der Schrapnellwölkchen des ersten und zweiten Schusses. Aus der Schußtafel entnehme ich, wie sich die Gesamtflugzeit auf die beiden Luftschichten verteilt: es sei t_1 die zu dem Wege AB (Fig. 7), t_2 (bzw. t_2') die zum Wege BC (bzw. BC') gehörige Flugzeit. Mit Hilfe der Schußtafel

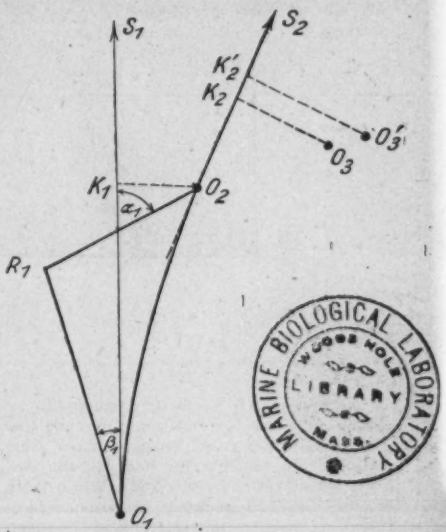


Fig. 8.

konstruiere ich die zur Zeit t_1 gehörige „wahre" Flugbahnkurve bzw. deren Projektion O_1O_2 (Fig. 8) auf die Horizontalebene und ziehe in dem Endpunkte O_2 die Tangente O_2S_2. Diese Gerade entspricht der Schußebene für die zweite Schicht. Die Aufgabe ist nunmehr auf jene für die erste Schicht zurückgeführt. In den Gleichungen (I'), (II') und (III') ist der Index 1 durch 2 zu ersetzen. $z_2 = O_2K_2$ und $z_2' = O_2'K_2'$ bedeuten die Seitenabweichungen von der Schußebene O_2S_2. v_2 (bzw. φ_2) ist die „zum Punkte B (Fig. 7) gehörige Anfangsgeschwindigkeit" (bzw. Abgangswinkel). Man erhält diese Größen, indem man der Schußtafel die zur Zeit t_1 gehörige Geschwindigkeit entnimmt und zur Windgeschwindigkeit w_1 der ersten Schicht vektoriell addiert.

Beim Übergang zur dritten Schicht wird der nunmehr bekannte Winkel β_2 im Punkte O_2 von der Geraden O_2S_2 abgetragen. Das Weitere ist aus dem Gesagten klar.

Bei der praktischen Auswertung der Messungen wird man als Unbekannte die Größen $w\sin\alpha$, $w\cos\alpha$ und $\sin\beta$ einführen und zuerst die Gleichungen (I') und (II') graphisch auflösen. Die fixen, durch

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{x_r}{t} \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\gamma' = \frac{x_r'}{t'}$$

gegebenen Richtungen, kann man sich ein für

MARINE BIOLOGICAL LABORATORY WOODS HOLE LIBRARY MASS.

allemal auf dem Zeichenblatt (Fig. 9) vormerken.

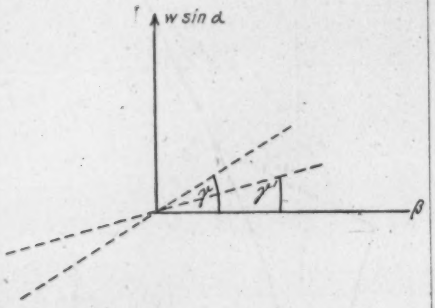


Fig. 9.

Nicht so einfach ist die Berechnung für unsichtiges Wetter. Hier führt das folgende graphisch-empirische Annäherungsverfahren zum Ziel, daß ich zunächst für den Fall von zwei Schichten auseinandersetzen will. Wir nehmen an, daß die Geschwindigkeit der ersten Schicht bereits auf die oben dargelegte Weise bestimmt würde. Es werden nun zwei Schüsse bei gleichem Abgangswinkel abgegeben, deren Bahnkurve die zweite Schicht durchsetzt und deren Explosionspunkte D bzw. D' auf dem absteigenden Ast in der Schicht 1 liegen (Fig. 10). Da

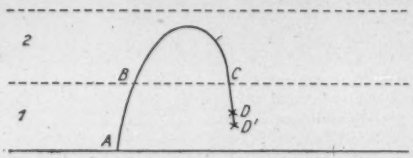


Fig. 10.

die Geschwindigkeit der ersten Schicht bekannt ist, kenne ich die Horizontalprojektion O_2 (Fig. 11) des Punktes B (Fig. 10) der „wahren" Flugbahnkurve; desgleichen kenne ich die Lage des Punktes R_2, denn O_4 ist die durch Messung bestimmte Horizontalprojektion des Explosionspunktes D und ich kenne außerdem die Richtung und Länge der Geraden $R_2O_4 = w_1\tau_1$, wo τ_1 die bekannte zur Bahn CD gehörige Flugzeit ist. Es bleibt also die folgende Aufgabe zu lösen: Gegeben sind zwei Kreise in einer Ebene, nämlich der Kreis vom Radius $O_2R_2 = x_{r_2}$ um den Punkt O_2 und der Kreis vom Radius $O_3R_3 = x_{r_3}$ um den Punkt R_3. x_{r_2} bzw. x_{r_3} sind die bekannten, zu den Bahn-

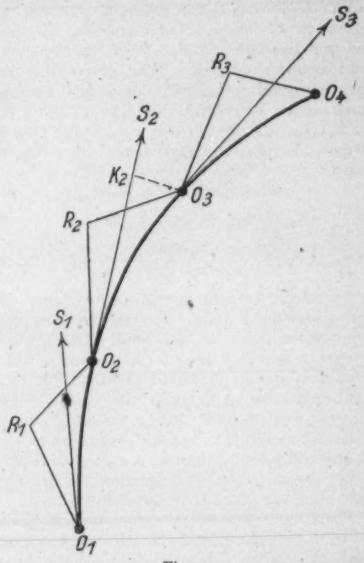


Fig. 11.

längen BC bzw. CD gehörigen reduzierten Schußweiten. Es ist nun — durch Ausprobieren — jene Verbindungslinie $R_2O_3 = w_2t_2$ von zwei Peripheriepunkten des einen und anderen Kreises zu suchen, welche einen mit der Gleichung (I') verträglichen Wert der Geschwindigkeit ergibt. Ziehe ich aufs Geratewohl irgendeine Verbindungslinie R_2O_3, so kann ich, da die Tangente O_2S_2 bekannt ist, die Winkel α_2 und β_2 unmittelbar aus der Figur ablesen und habe also zur Entscheidung der Frage, ob ich die richtige Wahl getroffen habe, nur die eine Gleichung (I') heranzuziehen. Beim Ausprobieren wird man sich meist auf die acht Hauptrichtungen beschränken dürfen; außerdem wird die Wahl der zu bestimmenden Richtung w_2 durch die Erfahrung eingeschränkt, daß bei größeren Windgeschwindigkeiten ein unstetiger Wechsel der Richtung meist nicht vorkommt.

In Fig. 12 und 13 ist der Fall von drei Schichten dargestellt. Ist bei Abgabe des dritten Doppelschusses die Geschwindigkeit in der ersten und zweiten Schicht bereits bestimmt, so kennen wir die Horizontalprojektion O_3 (Fig. 13) des Punktes C (Fig. 12) und auch die Lage des Punktes R_4, denn wir können ja die Konstruktion von R_4 bis O_4 ausführen und wissen auch, in welcher Weise dieses Gebilde an den

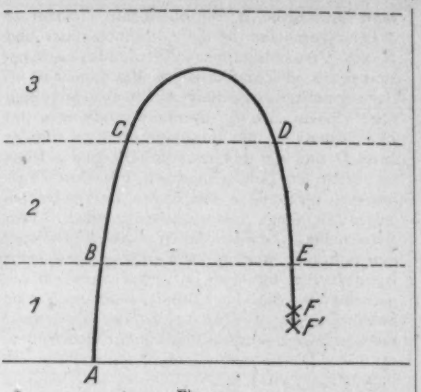


Fig. 12.

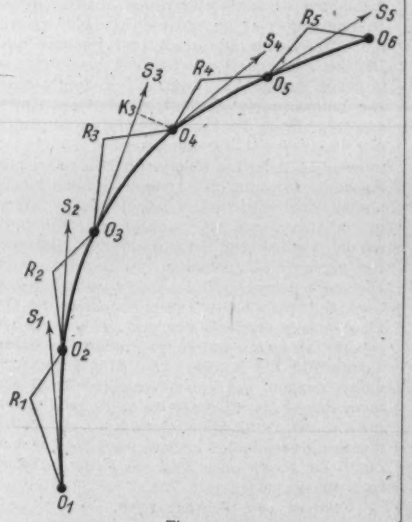


Fig. 13.

durch Messung bestimmten Punkt O_6 anzusetzen ist. Damit ist die Aufgabe auf die vorangehende zurückgeführt, O_3 und R_4 sind die Mittelpunkte der zwei gegebenen Kreise vom Radius x_{r_3} bzw. x_{r_4}. Der Wind dreht in unserem Beispiel von SW. über W. auf NW.

Doch ist etwas zu beachten: Indem ich von der Lage des Punktes O_6 (Fig. 13) ausgehe, benütze ich sowohl die mit größerer Genauigkeit bestimmte z-Koordinate (Seitenabweichung) als auch die minder genau bestimmte x-Koordinate (veränderte Schußweite). Ob die Lage O_6 nicht zu stark durch die Längenstreuung beeinflußt ist, kann ich auf folgende Weise entscheiden: Ich gebe einen zweiten Schuß mit etwas verschiedener Tempierung ab und zeichne die beiden Parallelen O_6R_5 und $O_6'R_5'$ (in der Figur fortgelassen). Der Punkt O_6 oder O_6' ist nur dann als Ausgangspunkt für die Konstruktion brauchbar, wenn $R_5R_5' = x_{r_5}' - x_{r_5}$ ist. x_{r_5} bzw. x_{r_5}' sind die zu den Bahnstücken EF bzw. EF' in Fig. 12 gehörigen reduzierten Schußweiten.

Wie man sieht, wird das Verfahren für unsichtiges Wetter doch recht umständlich. Hier ist es mir nicht gelungen, den durch die Längenstreuung entstehenden Fehler zu eliminieren, man müßte daher erst mit Hilfe des obigen Kriteriums für jeden Schuß entscheiden, ob derselbe brauchbar ist oder nicht. Diese Schwierigkeit läßt sich auf zwei Arten beheben. Erstens: Man beläßt die Explosion auf dem ansteigenden Ast. Das Geschoß wird als Träger einer Schallquelle ausgebildet, seine Lage auf akustischem Wege bestimmt. Oder zweitens: Man geht zum Vertikalschuß über. Die Längenstreuung verursacht hier einen praktisch bedeutungslosen Fehler in der Höhenangabe. Die Berechnung wird so einfach wie bei der Pollakschen Methode. Allerdings wird man einen solchen Schuß nicht ohne besondere Vorsichtsmaßregeln wagen, die sich aber auf einem Artillerieschießplatze mit Leichtigkeit durchführen ließen. Dasselbe Gefahrsmoment besteht natürlich auch für die Pollaksche Methode, dürfte aber hier schwieriger zu beheben sein. Man müßte nämlich die Steiggeschwindigkeit des Ballons wesentlich erhöhen, um die gefährdete Zone nach Möglichkeit einzuschränken. Für mobile Wetterstationen kommt bei unsichtigem Wetter wohl nur eine akustische Methode in Betracht.

Mit Hilfe der ballistischen Methode wird man zu Höhen vordringen, die allen anderen Methoden unzugänglich sind. Mit dem Riesengeschütz, womit die deutsche Artillerie eben jetzt aus über 100 km Distanz Paris bombardiert, könnte man Höhen von 40 km und darüber erforschen. Das Gewicht, das bei Artilleriegeschossen mit Rücksicht auf die Eindringungstiefe möglichst groß sein muß, wird man bei der meteorologischen Munition wesentlich herabsetzen können. In Hinsicht der Form dürften besonders sog. „Pfeilgeschosse“ in Betracht kommen. Die ballistische Methode wird speziell bei stürmischem Wetter gut anwendbar sein, wo die Ballonmethoden zufolge der ihnen anhaftenden Überempfindlichkeit versagen. Bei Sturm wird bekanntlich der Pilot so stark verweht, daß man größere Höhen nicht mehr er-

reicht. An Genauigkeit dürfte die Methode vorerst den Ballonmethoden nachstehen. Ihre Genauigkeit ist eben nur so groß wie die Genauigkeit der zugrundegelegten Schußtafel. Jede Verbesserung der Schußtafel wird zugleich eine Verfeinerung der Methode bedeuten.

Noch in anderer Hinsicht wird die Ballistik der Meteorologie vielleicht einen Dienst erweisen. Ich glaube nämlich, daß man auf ballistischem Wege auch die anderen meteorologischen Elemente in der freien Atmosphäre bestimmen kann. Zur Messung des Luftdruckes hätte man etwa so zu verfahren: An der Seitenwand des Geschosses wird eine kleine Öffnung A (Fig. 14) angebracht, die zu einer im Innern des Geschosses befindlichen Barometerdose führt. Diese Dose steht an jeder Stelle der Flugbahn unter der Einwirkung des sog. „statischen" Druckes. Dieser Druck kann von unten etwa dadurch gemessen werden, daß der Hebel der Barometerdose die Tempierung des Geschosses in bestimmter Weise beeinflußt. Wir nehmen an, die Explosion sei an jener Stelle, wo der Luftdruck gemessen werden soll, gerade bis zur Spitze der Barographenfeder fortgeschritten. Das läßt sich so durchführen, daß man den Hebel der Schreibfeder und diese selbst hohl ausbildet und die in der Höhlung befindliche Zündmasse mit der übrigen am Drehpunkt des Hebels durch ein dünnes Zündschnürchen in Verbindung setzt. An Stelle der Trommel tritt eine Satzscheibe, durch welche verschieden lange Zusatzzündwege angeschaltet werden. Verschiedenen Luftdrucken entsprechen also verschiedene Gesamttempierungen des Geschosses. In Fig. 14 habe ich als Beispiel die Konstruktion für den Doppelzünder M. 93a des Schrapnells M. 80/93a angedeutet[1]). z bedeutet den Zündkörper, n die Zündnadel, S_1 die untere drehbare Satzscheibe, S_2 die obere, am Zündkörper z fixe Satzscheibe, M die Schraubenmutter und K die Verschlußkappe. Der Zündkanal c befindet sich im Zündkörper z. Bis hierher ist an der normalen Konstruktion nichts geändert. Nun aber schließt sich — ebenfalls im Inneren des Zündkörpers — der Barometerraum an mit der Dose D und der hohlen Schreibfeder F. Diese ist durch ein Zündschnürchen mit dem Zündkanal c verbunden. Die Spitze der Feder bewegt sich längs des Satzkanals einer dritten Satzscheibe S_3, die von unten in den Zündkörper eingeschraubt werden kann. Diese Satzscheibe S_3 stellt den mit dem Luftdruck variabeln Zusatzzündweg dar. — Bringt man noch eine zweite Öffnung B (Fig. 14) an der Vorderseite des Geschosses an und läßt dieselbe mit dem Außenraum der Dose kommunizieren, während die seitliche Öffnung mit dem Doseninneren in Verbindung gebracht wird, so haben wir ein Gegenstück zu dem bekannten Rosenmüllerschen Instrument zur Bestimmung von Flugzeuggeschwindigkeiten. Aus der Differenz des „statischen" und „dynamischen" Druckes kann die Geschwindigkeit des Geschosses in jedem Punkte der Flugbahn bestimmt werden. Die Längsöffnung B muß mittels eines Knickansatzes, der in der Figur fortgelassen wurde, in den Barometerraum geführt werden, um die Geschwindigkeit der Luftteilchen auf Null zu bringen. Auch die Messung der Temperatur und Feuchtigkeit wird vielleicht auf diesem Wege gelingen, indem man durch eine Anzahl von Öffnungen an der Vorder- und Seitenwand des Geschosses für genügende Ventilation im Inneren sorgt. Die Außentemperatur der Luft wird sich gegenüber der relativ hohen Eigentemperatur des Geschoßinneren vermutlich ebenso geltend machen wie bei Flugzeugmotoren gegenüber der hohen Temperatur des Kühlwassers. Man kann auch daran denken mit einem einzigen Schuß alle meteorologischen Elemente zu bestimmen, indem man — wie beim Meteorograph — alle Instrumente hintereinander einbaut und ihre Angaben durch die Farbe oder Zahl der Explosionswölkchen unterscheidet.

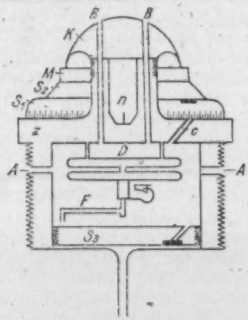


Fig. 14.

Feldpost 437, Februar 1918.

(Eingegangen bei der Redaktion der Physikalischen Zeitschrift 6. März 1918.)

Anmerkung.

Die vorliegende Arbeit wurde Ende Februar 1918 an die Redaktion dieser Zeitschrift gesandt, konnte aber wegen Einspruchs der Militärzensur nicht veröffentlicht werden. Sie wurde zunächst als „Druckschrift nur für den Dienstgebrauch" (Der kommandierende General der Luftstreitkräfte Nr. 19528 W) ausgegeben. Ende August wurde ich nämlich auf Anregung von Herrn Prof. Schmauß (München) zur „Inspek-

1) „Artillerieunterricht für die k. u. k. Festungsartillerie" I. Teil, 2. Heft „Belagerungskanonen M. 80". Wien, Hof- u. Staatsdruckerei. 1907.

tion der Luftschiffertruppen" (Berlin) kommandiert und habe im Oktober auf der Drachenwarte in Rossitten (Kurische Nehrung) mit Herrn Dr. E. Weyhing die in einer demnächst erscheinenden Arbeit beschriebenen „Akustischen Pilotversuche" durchgeführt.

Wien, Januar 1919.

Über die Abklingungszeit der Fluoreszenz.

Von O. Stern und M. Volmer.

Es ist bisher nicht gelungen, die Abklingungszeit der Fluoreszenz, d. h. die Zeit, in welcher die Intensität der Fluoreszenzstrahlung nach Aufhören der Erregung bis auf den e-ten Teil gesunken ist, zu bestimmen. Ältere Versuche mit dem Phosphoroskop haben gezeigt, daß sie sicher kleiner ist als 10^{-4} sec, da nach dieser Zeit die Fluoreszenz bereits völlig erloschen erscheint.

Ein Versuch von Wood[1]) an der Resonanzstrahlung von Quecksilberdampf, die sich als eine Art von Fluoreszenz auffassen läßt, bei der das ausgestrahlte Licht dieselbe Wellenlänge wie das erregende hat, scheint andererseits dafür zusprechen, daß die Abklingungszeit nicht kleiner als 10^{-5} sec ist. Wood beobachtete nämlich, daß, wenn durch Quecksilberdampf ein Resonanzstrahlung erregendes Lichtbündel geschickt wird, nicht nur der Raum innerhalb des Bündels, sondern auch die benachbarten Schichten des Dampfes leuchten. Die Strahlung dieser nicht direkt von dem erregenden Licht getroffenen Schichten kann nach Wood einmal durch sekundäre Erregung, nämlich durch das Resonanzlicht des Bündels entstehen, das andere Mal daher rühren, daß Quecksilbermoleküle, nachdem sie über die Grenze des primären Strahlenbündels hinausgeflogen sind, noch fortfahren können, Licht zu emittieren. Um diese beiden Einflüsse zu trennen, brachte Wood an die Grenze des Bündels eine dünne Quarzplatte, die das Licht hindurchläßt, aber keine Moleküle. Dabei ergab sich, daß die Intensität der Nachbarstrahlung jenseits der Quarzplatte um 25—30 Proz. verringert wurde. Würde die Verringerung nur durch Schwächung des sekundär erregenden Lichtes des Bündels durch Reflexion an der Quarzplatte hervorgerufen, so dürfte sie, wie Wood berechnet, nur etwa 10 Proz. betragen. Die Differenz spricht nach Wood dafür, daß die Nachbarstrahlung zum Teil auch auf die zweite Art, also durch primär erregte und durch Molekularbewegung ausgewanderte Moleküle erzeugt wird. Die Nachbarstrahlung ließ sich bis auf einige Millimeter Entfernung verfolgen. Da die Geschwindigkeit der Quecksilbermoleküle 170 m/sec beträgt, läßt sich aus Woods Daten schließen, daß die Abklingungszeit etwa 10^{-5} sec beträgt.

Dieser Wert ist unwahrscheinlich groß. Es scheint uns, daß Wood den Reflexionsverlust an der Quarzplatte zu gering angenommen hat, und wir glauben, daß eine genauere Prüfung zeigen wird, daß die Nachbarstrahlung in diesen Entfernungen lediglich durch sekundäre Erregung zustande kommt. Diese Prüfung könnte z. B. so erfolgen, daß man senkrecht durch ein Lichtbündel einen Molekularstrahl von Quecksilberdampf schickt und die Intensität an der Ein- und Austrittsstelle, deren Lagen in ruhendem Hg-Dampf bestimmt werden, vergleicht.

Einfacher läßt sich eine solche Bestimmung der Abklingungszeit unter Benutzung der Molekulargeschwindigkeiten bei fluoreszierendem Joddampf ausführen. Einmal fällt hier die Unsicherheit infolge sekundärer Erregung fort, die bei Joddampf unmerklich ist, zum andern wird die Fluoreszenz der Jodmoleküle durch Zusammenstöße vernichtet, wie Frank und Wood[1]) und Wood und Speas[2]) gezeigt haben. Erzeugt man also in dichtem Joddampf durch ein Lichtbündel einen Fluoreszenzstreifen, so müssen seine Ränder scharf begrenzt sein, da die Fluoreszenzstrahlung der aus dem Streifen fliegenden Moleküle sofort durch die Zusammenstöße vernichtet wird. Erniedrigt man den Dampfdruck des Jods in dem Raum, vergrößert somit also die freie Weglänge der Moleküle, so muß eine Verbreiterung des Streifens vom ungefähren Betrage der mittleren freien Weglänge der Jodmoleküle eintreten, wenn die Abklingungszeit größer ist, als die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen. Die von den obengenannten Forschern gefundene Beeinflussung der Fluoreszenz durch Zusammenstöße bei Gasdrucken von Bruchteilen eines Millimeters schien uns dafür zu sprechen, daß die Abklingungszeit von mindestens derselben Größe sein mußte, wie die mittlere Stoßzeit bei diesen Drucken. Wir haben einen solchen Versuch[3]) mit der in Fig. 1 wiedergegebenen Anordnung angestellt. Das den Joddampf enthaltende Glasgefäß A war vorher sorgfältig evakuiert worden. Im Ansatzgefäß B befand sich etwas festes Jod. Das erregende Licht fiel von C her durch das Blechröhrchen a, das eingeschmolzene Glas-

1) Diese Zeitschr. 14, 177, 1913.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. 13, 78, 84, 1911.

2) Diese Zeitschr. 15, 317, 1914.

3) Der Versuch wurde im Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin ausgeführt. Herrn Geheimrat Nernst möchten wir für die erteilte Erlaubnis unseren besten Dank aussprechen.

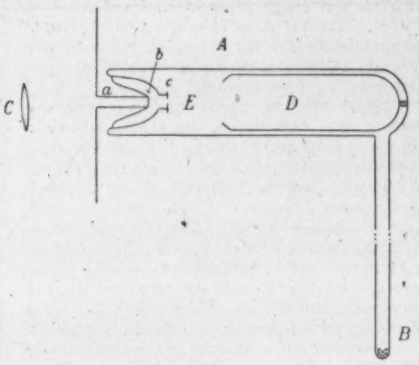


Fig. 1.

fenster b von 3 mm ⌀ und die geschwärzte Platinblende c von 0,5 mm Weite in das Gefäß A und wurde in dem innen berußten Glasrohr D vollständig absorbiert. Die das Fenster b und die Blende c tragenden Teile waren aus schwarzem Glas hergestellt. Bei E wurde der Fluoreszenzstreifen mit Hilfe eines Mikroskopes von zehnfacher Vergrößerung beobachtet. Zur Erregung wurde Sonnenlicht benutzt, das mit Hilfe eines Heliostaten[1]) durch ein Linsensystem in den Apparat geworfen wurde. Im Mikroskop war dann ein 5 mm breiter, ziemlich scharf begrenzter Lichtstreifen sichtbar. Die Beobachtung geschah in einem völlig verdunkelten Zimmer; das Sonnenlicht trat durch eine Öffnung in einem lichtdichten Vorhang in den Apparat. Nachdem zunächst bei Zimmertemperatur (20°) das Mikroskop auf die eine Grenze des Lichtstreifens möglichst scharf eingestellt und ihre Lage auf der Okularskala abgelesen worden war, wurde das Ansatzgefäß auf 0° und später auch tiefer abgekühlt. Dabei sinkt der Dampfdruck des Jods zunächst von 0,2 mm auf 0,03 mm, und die freie Weglänge der Moleküle steigt von 0,09 mm auf 0,6 mm. Die Zeiten, in denen diese Strecken durchlaufen werden, betragen bei einer Geschwindigkeit der Jodmoleküle von 150 m/sec $6 \cdot 10^{-7}$ bzw. $4 \cdot 10^{-6}$ sec.

Die kleinste Abklingungszeit, die bei vorsichtiger Schätzung der Intensitätsverhältnisse noch einen Effekt hätte ergeben müssen, beträgt mindestens $1 \cdot 10^{-6}$ sec. Tatsächlich wurde weder eine Verschiebung noch auch nur ein Unschärferwerden der Grenze beobachtet. Daraus geht hervor, daß die Abklingungszeit kleiner als $1 \cdot 10^{-6}$ sec ist. Eine Messung der Größe gestattet aber diese Anordnung nicht.

Dagegen ermöglichen die quantitativen Messungen von Wood und Speas[1]) über die Beeinflussung der Fluoreszenzintensität durch Molekularstöße die Berechnung der Abklingungszeit. Diese Forscher maßen die Fluoreszenzintensitäten bei verschiedenen Dampfdrucken und dividierten die gefundenen Werte durch die betreffenden Dampfdrucke. Sie erhielten so die molekularen Fluoreszenzintensitäten, d. h. die Intensitäten der Fluoreszenzstrahlung bezogen auf die gleiche Anzahl von Molekülen. Falls die Ausstrahlung der Moleküle durch die benachbarten Moleküle nicht beeinflußt würde und man von der Absorption absehen kann, müßte die molekulare Fluoreszenzstrahlung unabhängig vom Druck sein, wie dies bei den entsprechenden absorbierten Lichtmengen der Fall ist (Gültigkeit des Beerschen Gesetzes). Statt dessen fanden sie eine Abhängigkeit vom Druck, die durch

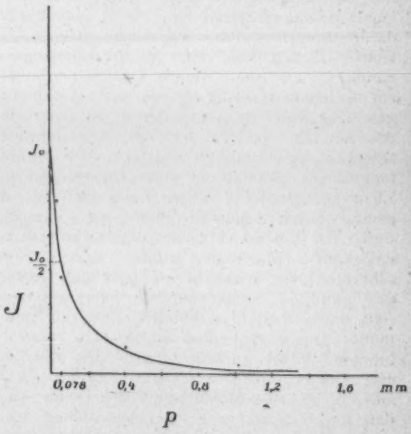


Fig. 2.

die Kurve in Fig. 2 wiedergegeben ist. Die von den Autoren angegebene Kurve[2]) ist etwas entstellt infolge einer fehlerhaften Extrapolation der Joddampfdrucke. Die hier gezeichnete Kurve ist von uns mit Hilfe der inzwischen gemessenen Dampfdrucke neu berechnet worden. Ihre Werte sind der folgenden Rechnung zugrunde gelegt. Die molekulare Fluoreszenz-

1) Der benutzte Heliostat wurde uns durch Herrn Prof. Mente aus dem photochem. Laboratorium der Technischen Hochschule in Charlottenburg leihweise überlassen, wofür wir auch hier unseren besten Dank ausdrücken.

1) l. c.
2) l. c.

intensität nimmt also von einem Maximalwert bei kleinem Drucke mit steigendem Druck bis o ab. Da eine Beeinflussung noch stattfindet bei Drucken, bei denen der mittlere Abstand der Jodmoleküle mehrere Hundert Molekulardurchmesser beträgt, werden die Moleküle nur bei Zusammenstößen merkliche Wirkungen aufeinander ausüben. Eine Beeinflussung der Fluoreszenzintensität kann in diesem Falle nur dann stattfinden, wenn der fluoreszenzfähige Zustand eines Moleküls die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen überdauert. Eine genauere weiter unten durchgeführte Analyse zeigt, daß bei dem Drucke des Joddampfes, bei dem die molekulare Fluoreszenzintensität auf die Hälfte der Maximalintensität gesunken ist, die Abklingungszeit τ der Fluoreszenz gleich der mittleren Zeit T zwischen zwei Zusammenstößen ist. Dieser „Halbwertsdruck" ist, wie aus Fig. 2 zu entnehmen ist, 0,078 mm. Die mittlere Stoßzeit bei diesem Druck ist etwa $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ sec. So groß ist also auch die Abklingungszeit der Jodfluoreszenz. Hierbei ist vorausgesetzt, daß schon der erste Zusammenstoß die Fluoreszenzfähigkeit völlig zerstört, was bei dem stark elektroaffinen Jod sehr wahrscheinlich ist, andernfalls würde eine größere Abklingungszeit resultieren.

Eine solche Abklingungszeit von $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ sec hätte bei unserer Anordnung einen deutlichen Effekt ergeben müssen. Da ein solcher nicht gefunden wurde, muß also die berechnete Abklingungszeit zu groß sein und es muß ein Fehler in den Voraussetzungen stecken. Es liegt nahe, hierbei an eine analoge Unstimmigkeit zu denken, die bei der Berechnung der Verbreiterung von Spektrallinien durch Molekularstöße nach der Lorentzschen Theorie auftritt. Dabei hatte sich ergeben, daß die Zahl der optisch wirksamen Zusammenstöße ein vielfaches der Zahl der gastheoretisch berechneten Zusammenstöße ist. Neuerdings haben Füchtbauer[1]) und seine Mitarbeiter durch genaue Messungen an Absorptionslinien festgestellt, daß die Zahl der optischen Zusammenstöße bei *Cs*- und *Na*-Dampf in Stickstoff 32 mal bzw. 18 mal so groß ist, als man gastheoretisch berechnet. Die Zeiten zwischen zwei optischen Zusammenstößen sind also entsprechend 32 mal bzw. 18 mal kleiner. Aus den Versuchsergebnissen von Frank und Wood[2]) über den Einfluß verschiedener Gase auf die Fluoreszenzintensität des Joddampfes folgt unter Berücksichtigung der Molekularradien von Jod und Stickstoff mit Hilfe einer leichten Überschlagsrechnung, daß das Verhältnis von optischer und molekularer Stoßzahl für Jod dreimal so groß ist, als für Stickstoff. Da es nach Füchtbauer für Stickstoff etwa 25 beträgt, wird es für Jod 75 sein. Daraus würde folgen, daß die Abklingungszeit nur den 75. Teil der oben berechneten Zeit von $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ sec, also $2 \cdot 10^{-8}$ sec beträgt.

Die wesentliche Unsicherheit dieser Rechnung liegt in der Übertragung der bei *Cs* und *Na* gefundenen optischen Stoßzahlen auf das Jod. Eine direkte Bestimmung an diesem würde eine strenge Berechnung gestatten.

Die obige Überlegung erklärt zunächst, weshalb wir den erwarteten Effekt nicht gefunden haben.

Ferner liegt der berechnete Wert von $2 \cdot 10^{-8}$ sec innerhalb der Grenzen von $6 \cdot 10^{-7}$ und $7 \cdot 10^{-10}$ sec, die Stark[1]) für die Abklingungszeit des Leuchtens von Molekülen gefunden hat, welche durch Kanalstrahlen angeregt worden sind. Er ist schließlich von derselben Größenordnung wie die aus der klassischen Theorie für einen schwingenden Dipol, der die Wellenlänge $\lambda = 500\ \mu\mu$ aussendet, berechnete Abklingungszeit von $\tau = 1 \cdot 10^{-8}$ sec.

Diese Tatsache spricht sehr dafür, daß man es bei der Fluoreszenz mit keinem anderen molekularen Vorgang zu tun hat, wie bei der Lichtemission durch thermische oder elektrische Erregung, wofür auch spricht, daß die Spektra wesensgleich sind.

Nun kann nach den neueren Arbeiten über die Emission von Spektrallinien kein Zweifel darüber bestehen, daß dieser Vorgang quantentheoretisch zu deuten ist. Die Gültigkeit des Stokesschen Gesetzes weist darauf hin, daß gerade die Fluoreszenz ein Quanteneffekt ist. Auch der nach der klassischen Theorie schwer verständliche Umstand, daß die optische Stoßzahl größer ist als die gastheoretische, erklärt sich nach der Quantentheorie zwanglos dadurch, daß das Elektron im fluoreszenzfähigen Molekül eine Bahn mit größerem Radius als im gewöhnlichen Molekül beschreibt. Schließlich spricht auch die von Wood und Frank[2]) gefundene Veränderung des Jodfluoreszenzspektrums durch Heliumzusatz sehr zugunsten der quantentheoretischen Auffassung. Diese Forscher fanden nämlich, daß das von reinem verdünntem Joddampf ausgesandte Fluoreszenzspektrum bei Beleuchtung mit der grünen *Hg*-Linie $\lambda = 546$ aus fünfzehn einzelnen Linien besteht. Setzt man nun dem Joddampf in steigenden Mengen Helium zu, so findet man, daß die Intensität

1) Diese Zeitschr. 14, 1164, 1168, 1913.
2) l. c.

1) Ann. d. Phys. 49, 731, 1916.
2) Diese Zeitschr. 12, 81, 1911.

dieser Linien immermehr abnimmt, daß dafür aber neue, den ursprünglichen 15 Linien benachbarte Linien mit wachsender Intensität auftreten, welche auch bei Beleuchtung mit weißem Licht ausgesandt werden. Während Frank und Wood das damals nach der klassischen Theorie in ziemlich gezwungener Weise dadurch erklären mußten, daß durch die Stöße der Heliumatome Koppelungen zwischen den einzelnen Elektronensystemen des Jodmoleküls bewirkt werden, erklärt es sich nach der Quantenauffassung ohne weiteres dadurch, daß durch die Zusammenstöße mit den Heliumatomen die Moleküle in benachbarte Quantenzustände geworfen werden. Nun fragt es sich, wie nach der Quantentheorie der Abklingungsvorgang zu deuten ist, und welcher Wert für die Abklingungszeit sich aus ihr ergibt.

Was zunächst die Lichtabsorption anbelangt, so erfolgt sie nach der klassischen Theorie so, daß alle Moleküle gleichmäßig absorbieren, während nach der Quantentheorie (nach der Einstein-Bohrschen Auffassung) die Mehrzahl der Moleküle nicht absorbiert und unverändert bleibt (Zustand a), und nur einige wenige Moleküle Energie aufnehmen, dann aber gleich ganze Quanta vom Betrags $h \cdot \nu$, wobei sie in einen Zustand b übergehen. Der Abklingungsvorgang erfolgt nach der klassischen Theorie durch allmähliche Ausstrahlung der Energie durch alle Moleküle, hingegen nach der Quantentheorie dadurch, daß von Zeit zu Zeit ein Molekül aus dem Zustand b in den Zustand a unter Lichtemission zurückspringt, in der gleichen Weise und nach demselben statistischen Gesetz, wie die Atome radioaktiver Stoffe zerfallen[1]). Die Abklingungszeit ist in der klassischen Theorie die Zeit, in welcher die Moleküle die absorbierte Energie bis auf den $e$ten Teil ausgestrahlt hat, in der Quantentheorie hingegen die mittlere Lebensdauer eines Atoms vom Zustand b.

Nach der klassischen Maxwell-Hertzschen Theorie berechnet sich die Abklingungszeit eines Resonators zu

$$\tau = \frac{3}{8\pi^2} \cdot \frac{c \cdot m \cdot \lambda^2}{e^2}$$

(e Ladung, m Masse des Elektrons, c Lichtgeschwindigkeit, λ Wellenlänge).

Über die mittlere Lebensdauer der Atome b sagt die Quantentheorie in ihrer bisherigen Form nichts aus.

Für hohe Quantenzahlen läßt sich die Lebensdauer durch Grenzübergang zur klassischen Theorie ableiten. Für den uns hier interessierenden Fall, daß der Resonator ein Quantum $h \cdot \nu$ besitzt, führt folgende Überlegung zum Ziel, die sich zunächst allerdings nur auf einen monochromatischen Resonator bezieht.

Die bisherigen Untersuchungen[1]) über Absorption von Spektrallinien machen es wahrscheinlich, daß die nach der klassischen Theorie berechnete Zahl der absorbierenden Elektronen gleich der Zahl der vorhandenen Moleküle ist, falls es sich um Linien handelt, die von nicht erregten Atomen absorbiert werden. Man kann also annehmen, daß die gesamte von n Resonatoren absorbierte Energie den aus der klassischen Theorie folgenden Betrag besitzt. Das Gleiche muß man dann auch für die emittierte Energie annehmen, weil das Verhältnis zwischen Strahlungsdichte und mittlerer Energie (ohne Nullpunktsenergie) von n Resonatoren ebenfalls den aus der klassischen Theorie folgenden Wert hat. Wir müssen also die Annahme machen, daß auch in der Quantentheorie die von n Resonatoren, von denen einige ein Quantum $h\nu$ besitzen, pro Sekunde ausgestrahlte Energie denselben Betrag hat, der sich aus der klassischen Theorie für n Resonatoren von der gleichen mittleren Energie ergibt.

Ist in der klassischen Theorie ε_0 die Energie, die ein Resonator zur Zeit $t = 0$ besitzt, so sinkt seine Energie ε durch Ausstrahlung nach dem Gesetz

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad \left(\tau = \frac{3}{8\pi^2} \cdot \frac{c \cdot m \cdot \lambda^2}{e^2}\right).$$

Sind n solcher Resonatoren mit der Gesamtenergie $E = n \cdot \varepsilon$ vorhanden, so sinkt E nach dem Gesetz

$$E = E_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Hat in der Quantentheorie das gleiche aus n Resonatoren bestehende System die Energie E_0 aufgenommen, so sind $m_0 = \frac{E_0}{h\nu}$ Resonatoren aus dem Zustand a in den Zustand b übergegangen, d. h. es ist $E_0 = m_0 \cdot h\nu$. Ist die Energie auf den Betrag E gefallen, so sind nur noch $m = \frac{E}{h\nu}$ Resonatoren im Zustand b vorhanden. Soll also wieder die Energie nach dem Gesetz:

$$E = E_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

fallen, so muß

$$m \cdot h\nu = m_0 \cdot h\nu \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

1) A. Einstein, diese Zeitschr. 18, 121, 1917.

1) Vgl. z. B. Füchtbauer, l. c.

sein. Die Atome im Zustande b zerfallen also nach dem Gesetz:

$$m = m_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Mit anderen Worten, die mittlere Lebensdauer eines Atoms in Zustand b ist gleich τ, der aus der klassischen Theorie folgenden Abklingungszeit.

Hat man keinen monochromatischen Resonator, sondern ein rotierendes Elektron, so ist die obige Überlegung darauf nicht ohne weiteres übertragbar, weil bei dem klassischen System sich die Frequenz mit der Energie ändert, beim quantentheoretischen nicht. Daß aber in jedem Falle dieselbe Größenordnung von τ resultieren wird, beweist die annähernde Gültigkeit der klassischen Dispersionstheorie.

Anm. Die oben benutzte Methode dürfte sich auch in allen anderen Fällen anwenden lassen, in denen es sich darum handelt, die Häufigkeit des Springens aus einem Quantenzustand in einen andern zu berechnen, wenn man annimmt, daß für die Mittelwerte der aufgenommenen und abgegebenen Energie diejenigen Werte einzusetzen sind, die sich aus der klassischen Theorie für den dem betrachteten Quantenvorgang entsprechenden klassischen Prozeß ergeben. So läßt sich z. B. beim monochromatischen Resonator die obige Überlegung ohne weiteres für beliebige Frequenzen verallgemeinern, so daß man für jede Stelle der Dispersionskurve die Zahl der aufgenommenen und abgegebenen Quanten $h\nu$ (ν Frequenz der Strahlung) erhält. In andern Fällen macht die Konstruktion des entsprechenden klassischen Prozesses Schwierigkeiten, z. B. bei der Dispersion Bohrscher Atommodelle. Immerhin scheint es uns sehr wahrscheinlich, daß man, um z. B. die Dispersion eines Gases aus Bohrschen H-Atomen zu erhalten, nicht wie Debye und Sommerfeld die Dispersion dieser Atome im einquantigen Kreise nach der klassischen Theorie berechnen darf, — ein Verfahren, das, wie Sommerfeld selbst hervorhebt, in der Nähe von Linien versagen muß, — sondern daß man bei im übrigen gleicher Rechnung ein H-Atommodell zugrunde legen muß, das nach der klassischen Theorie Absorption in den Linien der Lymanserie zeigt, indem man etwa annimmt, daß bei der Mehrzahl der Atome die Elektronen mit einer der ersten Linie der Lymanserie entsprechenden Frequenz umlaufen, bei einem kleineren Teil mit einer der zweiten Linie entsprechenden Frequenz usw. Als Argument gegen diese Auffassung könnte man die von Debye berechnete Dispersion des Wasserstoffmoleküls auführen. Gegen die Richtigkeit des Bohr-Debyeschen Modells spricht aber das schwerwiegende von Nernst hervorgehobene Bedenken, daß es eine viel zu kleine Dissoziationswärme liefert. Andererseits ergibt die Debye-Sommerfeldsche Methode für das sicher annähernd richtige (wegen der Ionisierungsspannung) Bohrsche Heliumatommodell eine falsche Dispersion. In beiden Fällen liegt die durch die hier vertretene Auffassung bedingte Abweichung von den Debye-Sommerfeldschen Resultaten in der richtigen Richtung.

[1] Die im obigen berechnete mittlere Lebensdauer eines Moleküls im Bohrschen Zustande b ist eine Größe, deren Kenntnis auch in Hinsicht auf die Photochemie von Interesse ist. Wir müssen annehmen, daß bei jeder Lichtabsorption der Übergang der absorbierenden Moleküle in diesen Zustand der primäre Vorgang ist, für den das Einsteinsche Äquivalenzgesetz exakt gelten wird. Die Umwandlungen dieser Moleküle b, ihre Dissoziation oder Reaktion mit anderen Molekülen ergeben die beobachteten sogenannten photochemischen Reaktionen. Für diese wird also das Einsteinsche Gesetz nur dann zutreffen können, wenn die Moleküle b quantitativ in dem einen verfolgten Sinne reagieren. Jedenfalls ist die Kenntnis der Lebensdauer der Moleküle im Zustand b notwendig, um im Einzelfall die Bedingungen absichtlich so wählen zu können, daß möglichst alle in dem gewünschten Sinne in Reaktion treten.

Zum Schluß sei noch die Ableitung der oben benutzten Beziehung gegeben, wonach die Abklingungszeit gleich der mittleren Zeit zwischen zwei Zusammenstößen beim „Halbwertsdruck" ist. Wir benutzen hierbei die quantentheoretische Auffassung, die klassische Theorie ergibt, wie leicht ersichtlich, das Gleiche. Wir betrachten N Moleküle, die durch Strahlung von bestimmter Intensität zur Fluoreszenz angeregt werden. Dann stellt sich ein stationärer Zustand ein, bei dem die Zahl der pro Sekunde durch Absorption in den Zustand b gelangenden Moleküle gleich der Zahl der pro Sekunde durch Emission oder Zusammenstoß zerfallenden Moleküle im Zustand b ist. Falls das Beersche Gesetz gilt (die Absorptionsänderung infolge Linienverbreiterung durch die Zusammenstöße also vernachlässigt werden kann), ist die Zahl Nk_a der pro Sekunde durch Absorption in den Zustand b gelangenden Moleküle unabhängig vom Drucke des Gases. Ist das Gas so verdünnt, daß die Wirkung der Zusammenstöße sich nicht bemerkbar macht, so sei im stationären Zustand n_0 die Zahl der Moleküle im Zustand b. Dann gilt:

$$N \cdot k_a = n_0 \cdot k_s,$$

wobei $n_0 k_s$ die Zahl der pro Sekunde durch Ausstrahlung zerfallenden Moleküle im Zustand b, also $k_s = \frac{1}{\tau}$ ist. Befindet sich nun das Gas unter dem höheren Druck p oder ist ein fremdes Gas zugesetzt, so daß die Moleküle im Zustand b außer durch Ausstrahlung auch noch durch Zusammenstöße vernichtet werden, so sei n die Zahl der Moleküle in Zustand b, Ist nk_s die Zahl der vernichtenden Zusammenstöße pro Sekunde, so ist:

$$N \cdot k_a = n\,k_s + n\,k_s = n\,(k_s + k_s) = n_0 \cdot k_s;$$

folglich ist

$$\frac{n}{n_0} = \frac{k_s}{k_s + k_s}.$$

Nennen wir I_0 die maximale molekulare Fluoreszenzintensität, I diejenige beim Druck p, so ist

$$\frac{n}{n_0}=\frac{I}{I_0}=\frac{k_z}{k_z+k_s}.$$

Nun ist $k_z=\frac{1}{\tau}$ und $k_s=\frac{1}{T}$, wobei T die mittlere Zeit zwischen zwei vernichtenden Zusammenstößen bedeutet. Also ist

$$\frac{I}{I_0}=\frac{\frac{1}{\tau}}{\frac{1}{\tau}+\frac{1}{T}}$$

oder

$$\tau=T\cdot\frac{I_0-I}{I}.$$

Für $I=\frac{I_0}{2}$ folgt dann die oben benutzte Beziehung

$$T=\tau.$$

Setzt man die Zeit T umgekehrt proportional dem Druck p, also $T=\frac{a}{p}$, so wird

$$I=I_0\cdot\frac{1}{1+a\tau p}=I_0\frac{1}{1+bp}.$$

Diese Gleichung gestattet eine Berechnung der Kurve von Wood und Speas. In Fig. 2 sind einige der so berechneten Punkte eingetragen. Sie stimmen mit der experimentell gefundenen Kurve ziemlich gut überein[1]).

Zusammenfassung.

Es wurde gezeigt, daß man aus Messungen über die Beeinflussung der Fluoreszenzintensität durch Molekularstöße und über die Linienverbreiterung durch Molekularstöße die Abklingungszeit der Fluoreszenz berechnen kann. Aus den vorliegenden Messungen, die nur eine Überschlagsrechnung gestatten, ergab sich diese Zeit zu etwa $2\cdot10^{-8}$ sec in Übereinstimmung mit dem aus der klassischen Theorie für die Abklingungszeit eines Resonators folgenden Wert. Schließlich wurde diese Größe mit der Lebensdauer eines Moleküls im Bohrschen Zustand in Beziehung gebracht.

1) Nur nehmen Wood und Speas an, daß die Kurve bei den kleinsten Drucken umbiegt und parallel der Abszissenachse verläuft, während sie nach unserer Formel gradlinig und scharf auf die Ordinatenachse zuläuft (wie in Fig. 2 gezeichnet). Zur Entscheidung hierüber sind genauere Messungen erforderlich.

Berlin, den 20. Januar 1919.

(Eingegangen 23. Januar 1919.)

Zur Theorie der Bandenspektren.

Von T. Heurlinger.

Nach einer Hypothese von Schwarzschild[1]) werden die Bandenspektren emittiert oder absorbiert, wenn das Elektronensystem eines Moleküls von einem stationären Zustand in einen anderen übergeht und gleichzeitig die Quantenzahlen, welche die Rotationsbewegung des Moleküls bestimmen, geändert werden. Im folgenden werden wir einige Konsequenzen dieser Hypothese entwickeln und mit der Erfahrung vergleichen.

Zwei Zustände eines zweiatomigen Moleküls seien durch die Quantenzahlen m, $n_1 \ldots n_z$ und m', $n_1' \ldots n_z'$ bestimmt, von welchen m und m' sich auf die Rotation der Kernachse beziehen. Die entsprechende Schwingungszahl wird dann durch die Formel

$$\nu=\varphi(m, n_1 \ldots n_z)-\psi(m', n_1' \ldots n_z')$$

gegeben, wo φ und ψ die durch die Planck'sche Konstante dividierte Energie der beiden Zustände bedeuten. Es ist also

$$\nu=\langle\varphi(m, n_1 \ldots n_z)-\psi(m, n_1' \ldots n_z')\rangle+\langle\psi(m, n_1' \ldots n_z')-\psi(m', n_1' \ldots n_z')\rangle. \quad (1)$$

Nach einem allgemeinen Satze von Bohr nähert sich die letzte Klammer dem Werte $(m-m')\omega$ (wo ω die Schwingungszahl der Rotation bedeutet), wenn $|m-m'|\ll m$ ist. Nach der klassischen Elektrodynamik sollte die Schwingungszahl drei verschiedene Werte annehmen können: ν_ω, $\nu_\omega\pm\omega$. Damit (1) in dem betrachteten Grenzfalle hiermit übereinstimmt, darf $m-m'$ nur drei konsekutive Zahlenwerte annehmen, und es sind daher nach der Quantentheorie im allgemeinen drei Serien zu erwarten:

$$\left.\begin{aligned}\nu^{\mathrm{I}}&=F(m)-f(m-1),\\ \nu^{\mathrm{II}}&=F(m)-f(m),\\ \nu^{\mathrm{III}}&=F(m)-f(m+1).\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Von diesen können eventuell entweder ν^{II} oder ν^{I} und ν^{III} fehlen. — Aus (2) folgt unmittelbar

$$\nu^{\mathrm{II}}(m)-\nu^{\mathrm{III}}(m)=\nu^{\mathrm{I}}(m+1)-\nu^{\mathrm{II}}(m+1). \quad (3)$$

Diejenigen Bandenspektren, deren Struktur vollständig bekannt ist, sind aus Systemen von zwei bzw. drei einfachen oder zusammengesetzten Serien aufgebaut, die ich mit P und R bzw. P, Q, R bezeichnet habe[2]). Wenn die Gleichungen (2) überhaupt gelten sollen, muß Q mit ν^{II}, P und R mit ν^{I} und ν^{III} oder umgekehrt identifiziert werden.

1) K. Schwarzschild, Sitzungsber. Preuß. Akad. 1916, S. 548.

2) Vgl. Untersuchungen über die Struktur der Bandenspektren. Diss. Lund 1918.

Einige Banden bestehen aus P- und R-Serien, die, von der Feinstruktur abgesehen, einfach sind. Für die Serien dieser Banden gilt näherungsweise für kleine Werte von m:

$$R(m) = P(-m) = \varrho_0 + \varrho_1 m + \varrho_2 m^2 + \ldots,$$

was mit (2) nur dann übereinstimmt, wenn $F(m)$ und $f(m)$ annähernd gerade Funktionen von m oder $m+$ eine ganze Zahl sind. Ersteres trifft zu, wenn die Energie eine gerade Funktion der Rotationsgeschwindigkeit ist. Die Annahme

$$F(m) = a_0 + a_2 m^2 + a_4 m^4 + \ldots$$
$$f(m) = a_0' + a_2' m^2 + a_4' m^4 + \ldots$$

gibt

$$\left.\begin{aligned} \varrho_0 &= a_0 - a_0' - a_2' - a_4' - \ldots, \\ \varrho_1 &= 2 a_2' + 4 a_4' + \ldots, \\ \varrho_2 &= a_2 - a_2' - 6 a_4' - \ldots \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Nach (4) stellt sich ϱ_0 als die Differenz zweier Funktionen dar, die wenigstens von je einer unabhängig veränderlichen ganzen Zahl n bzw. p abhängen. Dies gilt bei vielen Banden mehr oder weniger genau und stimmt innerhalb der Unsicherheit der Messung und Rechnung in dem Fall, wo eine genaue Prüfung ausgeführt wurde (bei den Cyanbanden). In den bekannten Bandenspektren sind n und p (außer m) die einzigen Veränderlichen. — Nach (4) soll ϱ_1 von n unabhängig sein. Dies wurde empirisch gefunden. Ferner soll, wenn a_4' gegen a_2' vernachlässigt werden kann

$$\varrho_2^{(p+1)} - \varrho_2^{(p)} = +\tfrac{1}{2}[\varrho_1^{(p+1)} - \varrho_1^{(p)}], \quad (5)$$

(je nachdem $a_2' \gtrless 0$), und diese Größe soll nur von p abhängen. Ebenso soll

$$\varrho_2^{(n+1)} - \varrho_2^{(n)} = a_2^{(n+1)} - a_2^{(n)} \quad (6)$$

nur von n abhängen. Zur Prüfung dieser Beziehungen können zurzeit nur die Messungen über die Cyanbanden herangezogen werden. Gibt man den Bandenserien A, B, C die Ordnungszahlen $p = 1, 2, 3$, den Banden A, B, C der Gruppen λ 4216 die Ordnungszahlen $n = 3, 2, 1$ und läßt n nach kürzeren Wellen wachsen, so ergibt sich:

Tabelle I.

n	$\varrho_2^{(n,p+1)} - \varrho_2^{(n,p)}$		$\varrho_2^{(n+1,p)} - \varrho_2^{(n,p)}$		
	$p=1$	$p=2$	$p=1$	$p=2$	$p=3$
1		—0,021		—0,016	—0,020
2	—0,020	—0,024	—0,018	—0,019	—0,015
3	—0,022	—0,023	—0,017		
4	—0,023				

Die zu erwartende, annähernde Konstanz der Zahlen in jeder Kolonne ist also vorhanden[1]). Eine genaue Bestimmung von $\varrho_1^{(p+1)} - \varrho_1^{(p)}$ wird dadurch erschwert, daß in mehreren Banden die Linien mit kleinen Ordnungszahlen von intensiven Linien anderer Serien überlagert werden.

Wenn $F(m)$ und $f(m)$ auch ungerade Potenzen enthalten:

$$F(m) = \sum_0^\infty a_k m^k, \quad f(m) = \sum_0^\infty a_k' m^k,$$

so wird

$$P(m) = \sum_0^\infty \pi_k m^k, \quad R(m) = \sum_0^\infty \varrho_k m^k,$$

wo

$$\left.\begin{aligned} \varrho_0 - \pi_0 &= \mp 2(a_1' + a_3' + \ldots), \\ \varrho_1 + \pi_1 &= 2(a_1 - a_1' - 3a_3' \ldots), \\ \varrho_2 - \pi_2 &= \mp 6 a_3' \mp \ldots \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Hier ist das obere oder untere Zeichen zu nehmen, je nachdem ν^{I} oder ν^{III} die R-Serie darstellt. — Beim Übergang von der P- zur R-Serie tritt ersichtlich eine Diskontinuität auf.

Verschiedene Gründe sprechen dafür, daß die atmosphärischen Sauerstoffbanden aus zwei solchen Systemen P_1, R_1 und P_2, R_2 aufgebaut sind. Nach (7) sollen $\varrho_0 - \pi_0$ und $\varrho_2 - \pi_2$ unabhängig von n sein. Dies gilt in der Tat näherungsweise, wie es die folgende Tabelle zeigt. Der zweite Index bezeichnet die zwei Systeme.

Tabelle II.

n	$\varrho_{01} - \pi_{01}$	$\varrho_{02} - \pi_{02}$	$\varrho_{21} - \pi_{21}$	$\varrho_{22} - \pi_{22}$
1	—0,88	+0,74	—0,0069	—0,0073
2	—0,94	+0,72	84	75
3	—0,91	+0,72	73	98

Es mag bemerkt werden, daß nach der Theorie $R(m) - P(m)$ für große m-Werte annähernd gleich

$$2\omega = m \cdot \frac{h}{2\pi^2 I}$$

sein soll, unter I das Trägheitsmoment des Moleküls verstanden. Daß diese Größe bei zwei Bandensystemen, die vermutlich von demselben Molekül emittiert werden, annähernd denselben Wert hat, habe ich für einen Fall gezeigt (l. c., S. 64).

§ 3. In den bisher bekannten Fällen, wo sowohl P- und R- als Q-Serien auftreten, sind sie aus mehreren Komponenten zusammengesetzt. Bezeichnen wir die Komponenten durch untere Indizes, so wird für ein Dublettsystem:

$$\nu^{\mathrm{I}}{}_2 - \nu^{\mathrm{I}}{}_1 = F_2(m) - F_1(m) - [f_2(m-1) - f_1(m-1)],$$
$$\nu^{\mathrm{II}}{}_2 - \nu^{\mathrm{II}}{}_1 = F_2(m) - F_1(m) - [f_2(m) - f_1(m)],$$
$$\nu^{\mathrm{III}}{}_2 - \nu^{\mathrm{III}}{}_1 = F_2(m) - F_1(m) - [f_2(m+1) - f_1(m+1)].$$

1) Auch kann in den Zahlen ein systematischer Gang nicht festgestellt werden.

Nun sind diese Komponentenabstände in den bisher untersuchten Fällen bei einer gewissen Wahl der relativen Ordnungszahlen, m, in den P-, Q- und R-Serien annähernd gleich. Diese Tatsache kann durch die Annahme einfach gedeutet werden, daß annähernd entweder

$$\text{a)} \quad f_2 - f_1 = 0$$

oder

$$\text{b)} \quad F_2 - F_1 = 0.$$

Die in (2) angenommenen Ordnungszahlen stehen dann in folgender Beziehung zu den Ordnungszahlen $\overline{m}$: im Falle a)

$$m = \overline{m},$$

im Falle b)

$$m_{\mathrm{I}} = \overline{m}_{\mathrm{I}} + 1, \quad m_{\mathrm{II}} = \overline{m}_{\mathrm{II}}, \quad m_{\mathrm{III}} = \overline{m}_{\mathrm{III}} - 1.$$

Die Beziehung (3) muß also in einer von diesen Systemen von Ordnungszahlen erfüllt sein. Nun gilt, wenn die Ordnungszahlen gemäß der Annahme a) bestimmt werden, in Übereinstimmung mit (3):

$$R(m) - Q(m) = Q(m+1) - P(m+1).$$

Es ist interessant, daß das eigentümliche Verhalten der Serien in der Nähe von $m = 0$ mit den Gleichungen (2) übereinstimmt. Merkwürdigerweise ist die Übereinstimmung aber nur angenähert; sie wird für größere m immer schlechter. Beispielsweise beträgt die Abweichung für die H_2O-Bande λ 3064 anfangs ein paar Promille, bei $m = 10$ 1 Proz. und bei $m = 20$ 3 Proz.

Die Dublettserien können nur durch Reihen nach sowohl fallenden als steigenden Potenzen von m dargestellt werden. Bezeichnen wir den Koeffizienten von m^k in der Entwicklung der P-, Q- und R-Serie bzw. mit π_k, χ_k, ϱ_k, so folgt aus (3):

$$\varrho_0 - \chi_0 = \chi_0 - \pi_0 + \chi_1 - \pi_1 + \chi_2 - \pi_2 + \ldots,$$
$$\varrho_1 - \chi_1 = \chi_1 - \pi_1 + 2(\chi_2 - \pi_2) + 3(\chi_3 - \pi_3) + \ldots,$$

welche Gleichungen ersichtlich näherungsweise mit den empirischen Beziehungen (l. c.) übereinstimmen. Außerdem ist empirisch $\varrho_0 - \chi_0$ nahe gleich 0, was durch die Annahme $a_1' = -a_2$ erreicht werden kann.

Lund, im Januar 1919.

(Eingegangen 23. Januar 1919.)

Zwei quantentheoretische Bemerkungen.

Von P. Gruner.

1. Das Bohrsche Atommodell weist grundsätzlich so auffallende Analogien mit einem Planetensystem auf, daß es nahe liegt zu fragen, ob die Bohrschen Beziehungen sich auch in unserem Sonnensystem wiederfinden könnten. Von vornherein ist es zwar ganz unwahrscheinlich, daß die quantentheoretischen Gesetze, die sich in der Atomwelt vorfinden, in der Sternenwelt irgendeine Bedeutung haben sollten; doch ist es nicht ausgeschlossen, daß analoge Gesetze noch unbekannter Natur im Makrokosmos herrschen.

Daß die Planeten unseres Sonnensystems nicht regellos verteilt sind, darauf weist schon das Gesetz von Titius-Bode hin, wonach die relativen Sonnenabstände angenähert das einfache Gesetz: $a = 0{,}4 + 0{,}3 \cdot 2^n$ befolgen. Es wäre deshalb denkbar, daß diese Verteilung der Planetenbahnen ähnlichen Beziehungen unterworfen wäre, wie die Verteilung der stationären Elektronenbahnen im Bohrschen Atommodell. In letzterem sind die Impulsmomente ganzzahlige Vielfache von $h/2\pi$.

Wir haben deshalb für unser System die Impulsmomente berechnet. Es ist

$$I_2 = m \cdot a^2 \cdot w \cdot \sqrt{1 - \varepsilon^2},$$

wo m = Masse, a = große Halbachse, w = Winkelgeschwindigkeit, ε = Exzentrizität des betreffenden Planeten ist.

In der letzten Spalte haben wir die abgerundeten Werte des Impulsmomentes I, bezogen auf den Wert $I = 1$ bei Merkur, zusammengestellt. Allerdings ist die Abrundung etwas stark, namentlich beim Saturn; doch schien es uns interessant, diese einfache Zahlenreihe hervorzuheben, die sich bei diesen Abrundungen ergibt. Ob hier wirklich eine Gesetzmäßigkeit in bezug auf die Impulsmomente der einzelnen Planetenbahnen vorliegt, ähnlich wie es die Quantentheorie bei dem Bohrschen Modell behauptet, wagen wir nicht zu entscheiden; wir wollten die ganze Frage hier nur zur weiteren Beachtung vorlegen.

2. Bei dieser Gelegenheit möchten wir einen Vorschlag über die Bezeichnung des elementaren Wirkungsquantums h bringen, der eine gewisse Vereinfachung in den diesbezüglichen Formeln bedingen würde, ähnlich wie dies in der Theorie der Elektrizität durch die Heavisidesche Einheit der Elektrizitätsmenge der Fall war.

Es scheint uns, es wäre rationell hinfort den Wert $\frac{h}{2\pi}$ als elementares Wirkungsquantum zu definieren und kurzweg hinfort mit h zu bezeichnen. Dadurch würde der Zahlenfaktor 2π aus vielen quantentheoretischen Beziehungen verschwinden.

So z. B. liefert die Quantelung der Elektronenbahnen des Bohrschen Atommodells nach Som-

	m	a	w	ε	$\mathcal{J}$	$\mathcal{J}_{approx.}$
Merkur	0,056	0,38710	14732,0	0,20561	120,98	1×10^0
Venus	0,817	0,72333	5767,7	0,006816	2465,4	2×10^1
Erde	1,000	1,00000	3548,2	0,01675	3547,7	3×10^1
Mars	0,108	1,52370	1886,5	0,093309	470,91	4×10^0
Jupiter	318,36	5,20256	299,13	0,048316	2574500	2×10^4
Saturn	95,22	9,55475	120,455	0,055863	1045500	1×10^4
Uranus	14,58	19,2181	42,231	0,046328	227170	2×10^3
Neptun	17,26	30,1096	21,535	0,008997	336960	3×10^3

merfeld die Bedingung $p_\infty = n \cdot \frac{h}{2\pi}$; ferner das Sommerfeldsche Gesetz des Wirkungsprinzips den Ausdruck

$$\int_0^\tau H \cdot dt = \frac{h}{2\pi};$$

namentlich aber tritt bei dem Strahlungsgsetz und allen damit verwandten Erscheinungen immer das Produkt $h \cdot \nu$ auf, wo ν die Frequenz in einer Sekunde angibt. Nun ist es aber bekanntlich viel einfacher, bei allen Formeln betreffend Schwingungen mit der Frequenz in 2π Sekunden, also mit dem 2π fachen Werte, zu rechnen und diesen kurzweg als Frequenz ν zu bezeichnen. Dann aber behält das Produkt $h \cdot \nu$ seine einfache Form nur, wenn man den von uns vorgeschlagenen Wert $\frac{h}{2\pi}$ hinfort mit h bezeichnet.

Ein weiterer Hinweis auf andere Vereinfachungen ist wohl nicht notwendig, um die Wünschbarkeit dieses Vorschlages darzutun: es möge hinfort als elementares Wirkungsquantum h der bisherige durch 2π dividierte Wert verwendet werden, also der Zahlwert

$$h = \frac{1}{2\pi}\left(6{,}547 \times 10^{-27}\right) = 1{,}0444 \times 10^{-27}.$$

Bern, Januar 1919.

(Eingegangen 24. Januar 1919.)

BESPRECHUNGEN.

F. Anderle, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. gr. 8°. V u. 354 S. mit 238 Figuren. 4. umgearbeitete u. vermehrte Auflage. Leipzig u. Wien, F. Deuticke. 1918. M. 12.— u. 30 Proz. Teuerungszuschlag.

Anderles Lehrbuch soll, wie er in der Vorrede sagt, dem gebildeten Laien, wie auch dem Praktiker, der dieses Gebiet zum ersten Male betritt, Aufklärung geben über die Vorgänge und Tatsachen, die man bei der Errichtung und beim Betriebe drahtloser Stationen kennen muß. Diesen Zweck erfüllt es gut, wie am besten daraus zu ersehen ist, daß es seit seinem ersten Erscheinen im Jahre 1911 bereits vier Auflagen erlebt hat, wovon zwei während des Krieges. Es werden die verschiedenen gebräuchlichen Systeme mit sämtlichen Organen der Sende- und der Empfangsseite erläutert, sowie die Vorgänge beschrieben, die sich in und zwischen ihnen abspielen, so daß ein guter Überblick der gesamten Anlage gewonnen wird.

Da, wo von der Beschreibung der Vorgänge zu ihrer Erklärung übergegangen wird, kann vielleicht der Leser nicht mehr so gut folgen, und die im Vorwort ausgesprochene Hoffnung, daß der Leser durch die Lektüre dieses Buches auch für wissenschaftliche Aufsätze genügendes Verständnis erwerben werde, vermögen wir nicht zu teilen. Speziell die einleitenden Kapitel, die der Erklärung der physikalischen Grundbegriffe gewidmet sind, müssen als wenig glücklich bezeichnet werden. Dem Physiker, auch wenn er sich mit drahtloser Telegraphie noch nicht beschäftigt hat, bringen sie nichts Neues; der Laie aber dürfte keinen Nutzen aus ihnen ziehen, da sie sehr wenig klar abgefaßt sind und eine Kenntnis mehr von Worten als von Begriffen vermitteln. Auch Unrichtigkeiten finden sich leider: so ist das Farad nicht gleich $\frac{\text{Coul.}}{\text{Amp.}}$, sondern gleich $\frac{\text{Coul.}}{\text{Volt}}$.

Für eine nötig werdende Neuauflage seien einige Wünsche gestattet: Da das Lehrbuch als Anleitung für den Praktiker gedacht ist, so dürfte die Aufnahme eines Namen- und Sachregisters äußerst erwünscht sein. Denn wenn man, was doch wohl häufig vorkommt, über irgendeinen einzelnen Punkt sich unterrichten will, so wird das Nachschlagen durch das Fehlen des Registers unnötig erschwert; ebenso auch durch verschiedene im Text befindliche falsche Hinweise auf andere Textstellen und auf Figuren. Schließlich müssen in den Figuren die Buchstaben und Zahlen doch mindestens so deutlich gedruckt werden, daß man sie lesen kann. Speziell bei der Kurve, Fig. 22, auf deren Angaben ausdrücklich im Text Bezug genommen wird, ist es dem Ref. nicht möglich, auch nur einen einzigen der Ordinatenwerte zu entziffern. Es liegt auf der Hand, daß hierunter das Verständnis leiden muß.

V. Pieck.

Zur Besprechung: H. Usener, Der Kreisel als Richtungsweiser usw.[1]). In dieser Zeitschrift **19**, 343 u. 487, 1918.

Herr Dr. Usener sagt auf S. 487 über die von der K. Marine angestellten Vergleichsversuche zwischen Kreiselkompassen von Anschütz und Sperry: „Sie beziehen sich weniger auf die Dämpfung, sondern in der Hauptsache auf das Verhalten auf schlingerndem Schiff. Diese Versuche, bei denen manche Zufälligkeiten mitgespielt haben mögen, können wohl kaum als Grundlage für ein abschließendes Urteil über die Güte der Sperryschen Konstruktion angesehen werden."

Vorstehendes könnte dahin verstanden werden, daß den Vergleichsversuchen, die im wesentlichen auf schlingerndem Schiff gemacht seien, infolge von Zufälligkeiten nur ein geringer Wert für die vergleichende Beurteilung beider Konstruktionen beiwohne.

Um Mißverständnissen über die Bewertung dieser Versuche des Reichsmarineamts vorzubeugen, sei folgendes festgestellt:

Die maßgebenden Versuche beziehen sich in der Tat auf Schlingersicherheit, sind aber nicht auf schlingerndem Schiff, sondern auf Schaukelapparaten an Land systematisch durchgeführt worden. Hierbei wurde aller Wert darauf gelegt, Zufälligkeiten auszuschließen, die den Wert dieser Versuche als einer unparteiischen Vergleichung hätten herabdrücken können. Sie sind durchaus sachgemäß und unter vollem Entgegenkommen gegen alle berechtigten Wünsche der Sperry-Gesellschaft durchgeführt worden und haben einwandfrei dargetan, daß der Sperrykompaß — auch nach 4 Tage langen Justierungsversuchen — dem Anschützschen in bezug auf Schlingersicherheit sehr stark unterlegen war. Die Ablenkungen durch Schaukelbewegungen waren 3—5 mal so groß.

Die Sperrysche Dämpfungseinrichtung an sich hat gut gearbeitet, konnte aber selbstverständlich die Schlingerfehler nicht beseitigen.

Dr. Maurer, Admiralitätsrat im Reichsmarineamt.

[1]) Der Aufforderung des Reichsmarineamtes, diese Notiz zu bringen, können wir uns nicht entziehen. Eine weitere Veröffentlichung in der Angelegenheit können wir aber unter keinen Umständen zulassen.

Die Schriftleitung.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Der bisherige Privatdozent der Chemie an der Universität Berlin Dr. Walter Schöller an der Universität Freiburg i. Br. für medizinische Chemie.

Ernannt: Der ord. Honorarprofessor an der Universität Leipzig Dr. Max Siegfried zum ord. Professor der physiologischen Chemie ebenda, die a. o. Professoren an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Franz Knopp (Physiologische Chemie) und Dr. Georg Meyer (Physikalische Chemie) zu ord. Professoren an der gleichen Universität, der ord. Professor für Chemie an der Handelshochschule Berlin Dr. A. Binz in gleicher Eigenschaft an der Universität Frankfurt, der a. o. Professor an der Universität Straßburg Dr. Fritz Straus zum ord. Professor der Chemie an der Handelshochschule Berlin, der a. o. Professor an der Universität Erlangen Dr. Richard Baldus zum ord. Professor der Geometrie an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Erich Trefftz zum ord. Professor der Mathematik an derselben Hochschule, der ständige Mitarbeiter am Marine-Observatorium in Wilhelmshaven Dr. Georg Struve zum Observator an der Universitäts-Sternwarte in Berlin-Babelsberg, der ord. Professor für pharmazeutische Chemie an der Universität Königsberg Dr. Erwin Rupp in gleicher Eigenschaft an der Universität Breslau, der Professor der Chemie an der Royal Holloway Universität in London George Barger zum ord. Professor für medizinische Chemie an der Universität Edinburgh.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Greifswald Dr. Walter Roth zum ord. Professor der Physikalischen Chemie an der Technischen Hochschule Braunschweig.

Ehrung: Der Professor an der Universität Paris Dr. Daniel Berthelot zum Mitglied der Académie des Sciences in Paris für die Abteilung Physik.

Neuer Lehrauftrag: Der ord. Professor an der Universität Straßburg Dr. Emil Cohn für theoretische Physik als unbesoldeter Honorarprofessor im Sommersemester 1919 an der Universität Rostock.

Gestorben: Der des. ord. Professor der Pharmazeutischen Chemie an der Universität Breslau Dr. Max Scholtz (bisher in Greifswald), der Präsident der Society of Chemical Industry früherer Professor am Training College in Chester Sir William Crookes, der Privatdozent für Agrikulturchemie an der Technischen Hochschule Zürich und Vorstand der schweizerischen Agrikulturchemischen Anstalt Dr. A. August Grete, der Privatdozent für Chemie an der Universität Berlin und Mitherausgeber der Berichte der Deutsch-chemischen Gesellschaft Professor Dr. Franz Sachs, der frühere ord. Professor der Physik und Elektrotechnik an der Bergakademie Freiberg Geheimer Bergrat Dr. Theodor Erhard, der Direktor des Laboratoriums für Versuche mit radioaktiven Substanzen in Gif (Seine-et-Oise) und Herausgeber von „Le Radium" Jacques Danne, der ord. Professor der Physik an der Universität Budapest Baron Roland v. Eötvös, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Universität Breslau Geh. Regierungsrat Dr. Rudolf Sturm.

Berichtigung: Die in 19, 536, 1918 gemeldete Ernennung von Professor Sebastian Finsterwalder zum Direktor des Geodätischen Instituts auf dem Trachenberg bestätigt sich nicht.

Straßburg. Zu den Straßburger Flüchtlingen gehört auch der langjährige Gehilfe von Professor Braun, der Mechaniker Julius Rolf (siehe auch unter Gesuche).

Gesuche.

Der bisherige

Mechaniker u. Vorlesungsgehilfe

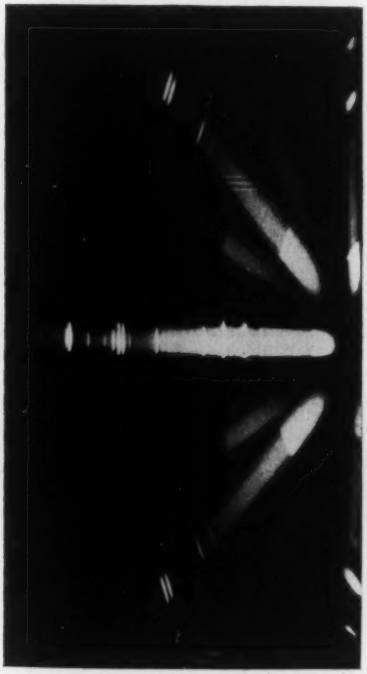
des Straßburger physik. Instituts, Julius Rolf, sucht Stellung. Zu Auskunft gern bereit Prof. **E. Cohn,** z. Z. **Warnemünde,** Wachtlerstr. 9.

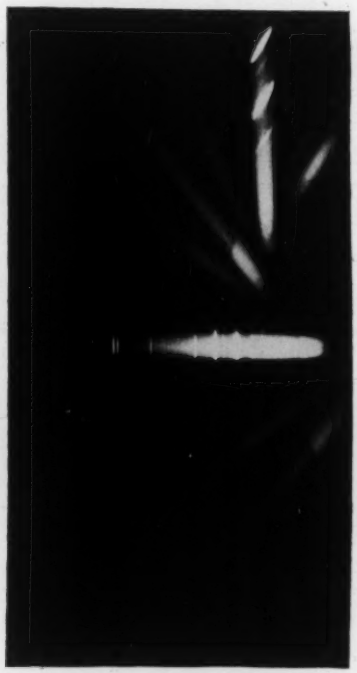
Promovierter Physiker,

mit Erfahrung in Meßinstrumenten und Patentangelegenheiten **sucht Stellung.** Zuschriften unter **S. H. 541** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2 erbeten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. P. Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

No. 1. Verkleinerung 0.815. No. 2.

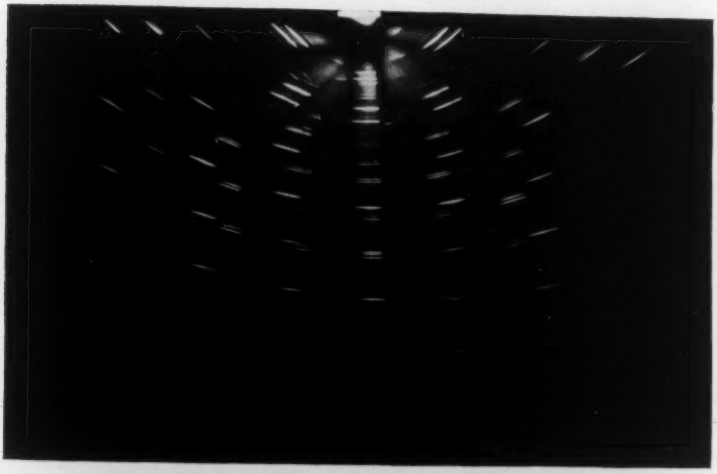




Steinsalz. Stellung der Fig. 3. Steinsalz. Stellung der Fig. 4.

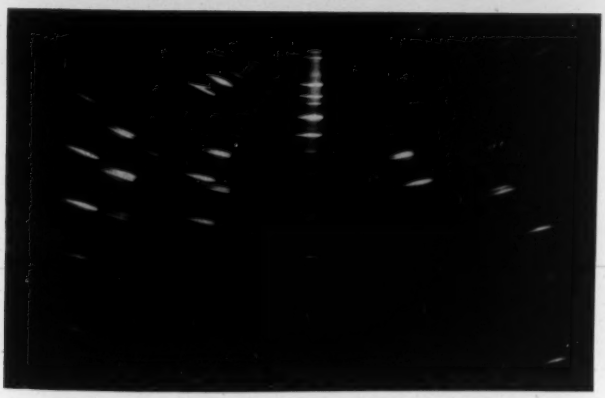
Platin-L-Spektrum. Im Hauptspektrum I Ordnung, vollständig, II. Ordnung ohne $l(\varepsilon)$-Linie. In den vertikalen (011)-Spektren nur I. Ordnung ohne $l(\varepsilon)$-Linie. In den schrägen (012)-Spektren nur I. Ordnung ohne $l(\varepsilon)$ und α-Linien.

Verkleinerung 0.92.



Nr. 4. Kaliumlithiumplatincyanür.

$K_2 L_i$-Serie in mehreren Ordnungen.



Nr. 5. Zucker

Verkleinerung 0.89.